Prof. Maurizio Mattesini

ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO

Capítulo 21

Campo Eléctrico I:

Distribuciones discretas de cargas

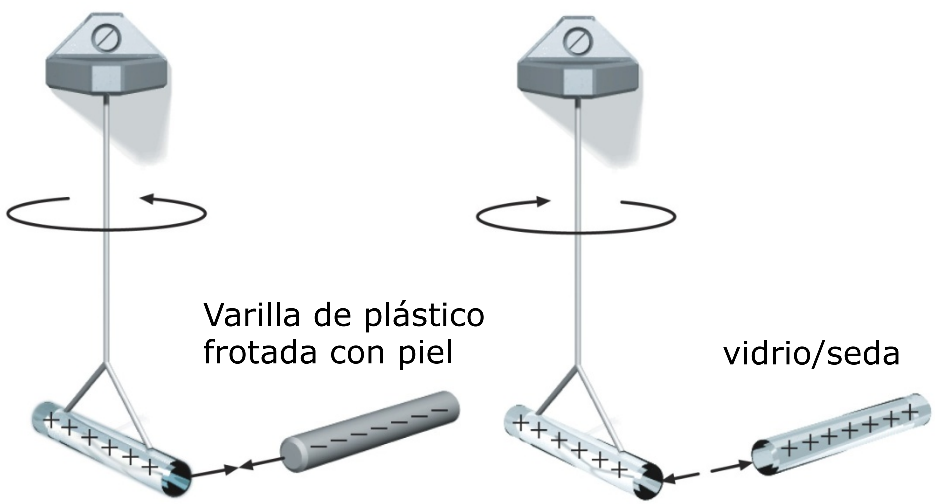
Capítulo 21

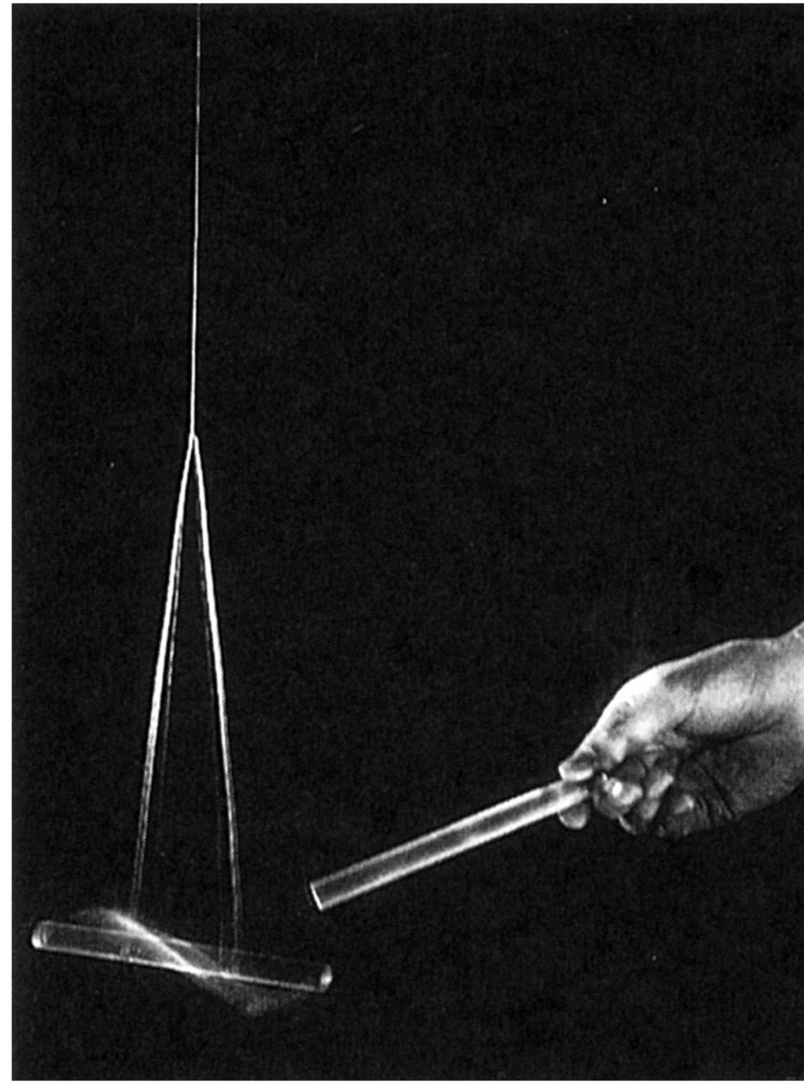
1. Carga eléctrica
2. Conductores y aislantes
3. Ley de Coulomb
4. El campo eléctrico
5. Líneas de campo eléctrico
6. Movimiento de cargas puntuales en campos eléctricos
7. Dipolos eléctricos en campos eléctricos

21-1
Carga eléctrica

(Filósofo, 639 ó 624-547/6 a.C.)

Hacia el año 600 a.C., el filósofo griego **Tales de Mileto** observo que, frotando una varilla de **ámbar**[1] con una piel o con lana, podían atraer cuerpos pequeños como pajitas o plumas. También habían observado que si la frotaban mucho tiempo podrían causar el salto de una chispa.

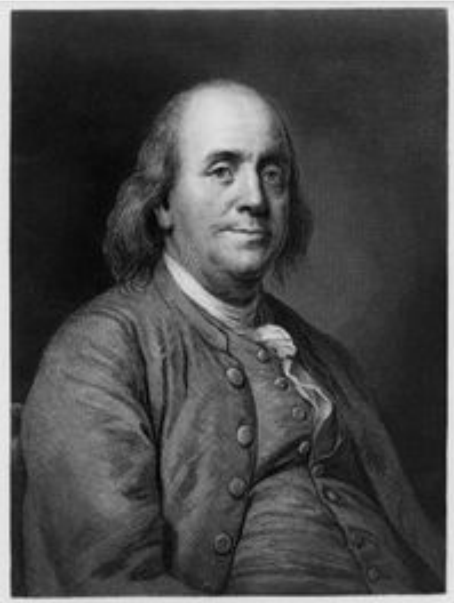




Dos barras de plástico que se han sido frotadas con piel se repelen mutuamente.

Los objetos portadores de cargas de signo opuesto (igual) se atraen (repelen) entre sí.

[1]Resina vegetal fosilizada proveniente de restos de coníferas. Nótese que la palabra “eléctrico” procede del vocablo griego asignado al ámbar, *elektrón*.



Benjamín Franklin propuso un **modelo de electricidad** para explicar este fenómeno:

1.Cuando dos objetos se frotas ente sí, parte de la electricidad se transfiere de un cuerpo a otro, uno tiene un exceso de carga y el otro una deficiencia de carga de igual valor.

2. Al tipo de carga adquirida por una barra de **vidrio** frotada con seda le llamó **positiva**: así pues, la **seda** adquiría una carga **negativa** e igual magnitud.

3. Plástico (negativa)/piel (positiva).

[Político, científico e inventor (1706-1790). Participó en la redacción de la *Declaración de Independencia* (1977) de los Estados Unidos]

Actualmente es bien conocido que cuando un vidrio se frota con seda, se transfieren electrones del vidrio al pedazo de seda. De acuerdo con la convención de Franklin la seda esta cargada negativamente, y consecuentemente decimos que los electrones tienen carga negativa.

Serie Triboeléctrica[1]: cuanto más baja es la ubicación de un material, mayor es su afinidad por captar electrones.

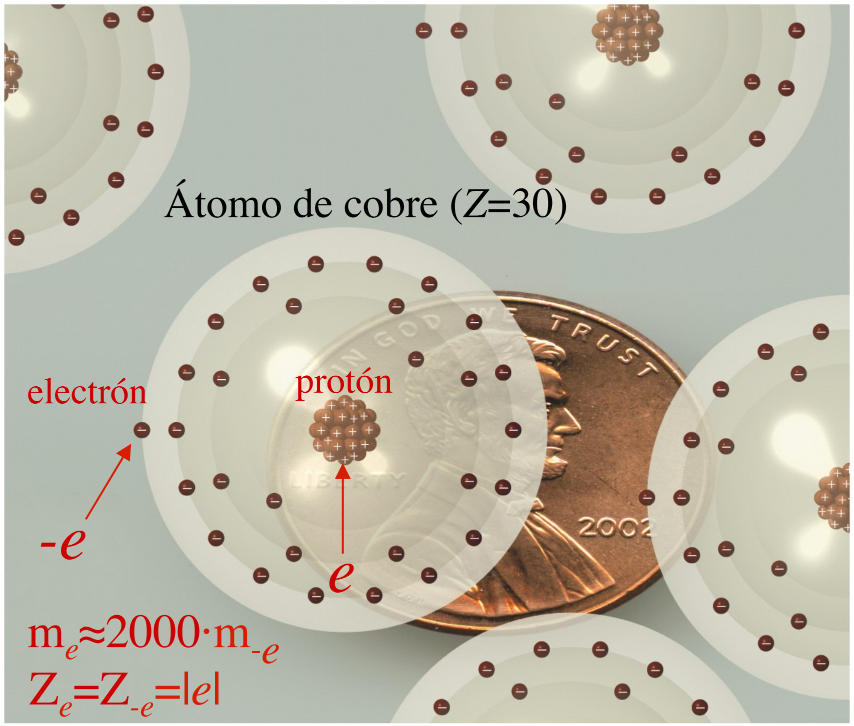
[1]En griego "*tribos*" significa rozamiento.

TABLE 21-1

The Triboelectric Series

+ Positive End of Series	
Asbestos	(Amianto)
Glass	(Vidrio) (+)
Nylon	(+)
Wool	
Lead	(Piel)
Silk	(Seda) (-)
Aluminum	
Paper	
Cotton	
Steel	
Hard rubber	
Nickel and copper	
Brass and silver	
Synthetic rubber	
Orlon	(-)
Saran	(Plástico flexible)
Polyethylene	
Teflon	
Silicone rubber	(Goma de silicona)
− Negative End of Series	

Cuantización de la carga



$1s^2\ 2s^2 2p^6\ 3s^2 3p^6 3d^{10}\ 4s^2$

Toda las cargas observables (Q) se presentan en cantidades enteras (N) de la **unidad fundamental de carga** *e*.

$$Q = \pm Ne$$

N es un <u>número entero</u>[1] y usualmente muy grande ($\approx 10^{10}$), así que la carga **parece ser continua**.

$$\boxed{e = 1.602177 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}}$$

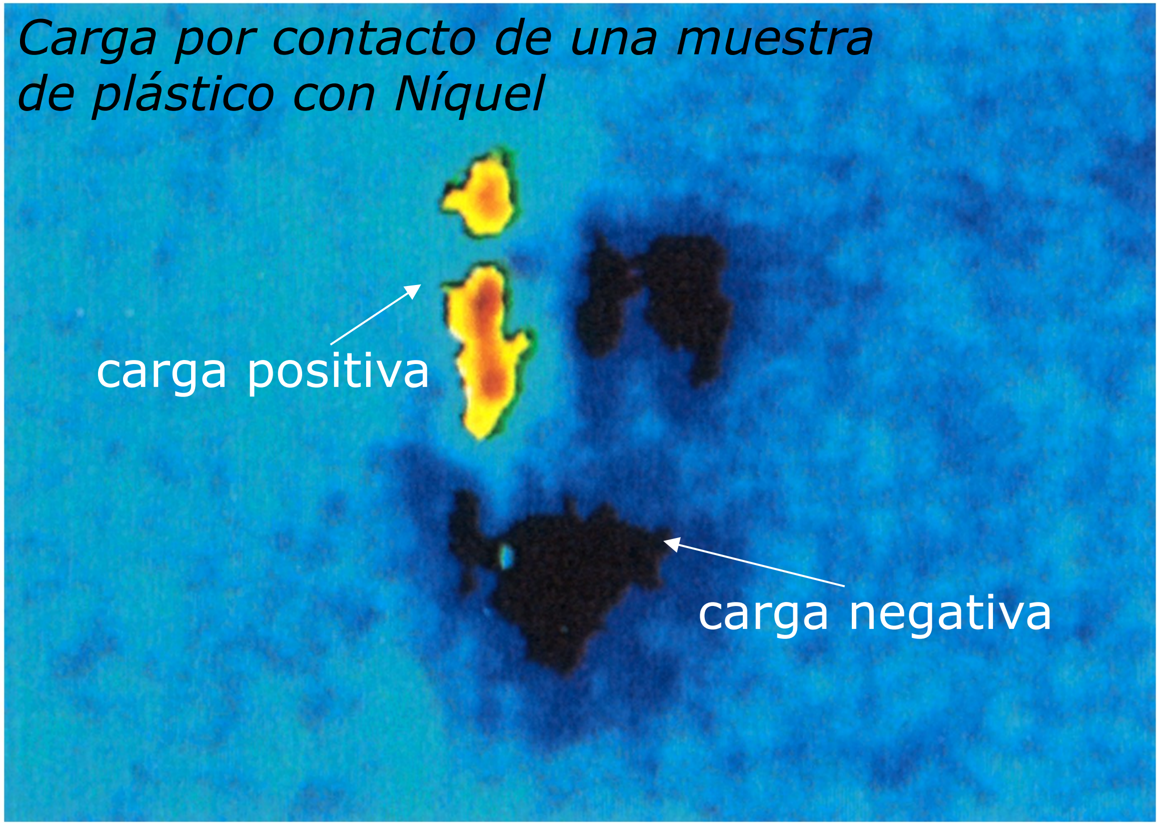
UNIDAD FUNDAMENTAL DE LA CARGA

El **Culombio** (C) es la cantidad de carga que fluye a través de un cable en un secundo cuando la corriente en el mismo es de un amperio (A).

[1]En el modelo estándar de las partículas elementales se supone que los protones, neutrones y otras partículas están formadas por entes llamados *quarks* que trasportan cargas ±1/3*e* o ±2/3*e*. Aparentemente los *quarks* no pueden observarse individualmente, sino sólo en combinaciones que dan lugar a una carga neta de ±*Ne* o 0.

Conservación de la carga

<u>**Ley de conservación de la carga**</u>: Cuando dos objetos se frotan entre sí, uno de ellos queda con un exceso de electrones y se carga negativamente (-) mientras que el otro queda con un déficit de electrones (+). **La carga total, suma de los objetos, no cambia**.

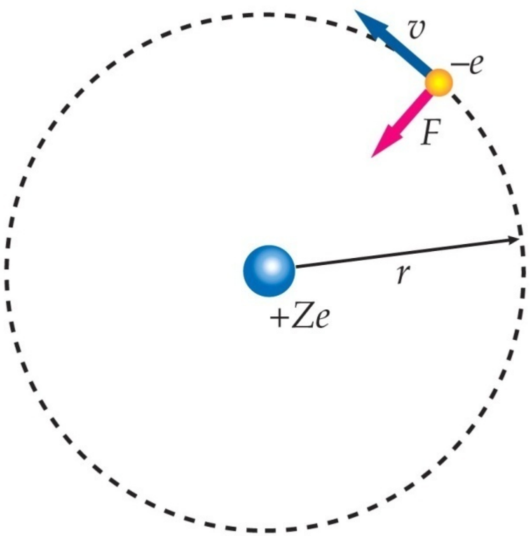


21-2
Conductores y aislantes

Tipos de materiales

Conductores (cobre y otros metales): parte de los electrones pueden moverse libremente.

Aislantes (madera o vidrio): todos los electrones están ligados a los átomos próximos y ninguno puede moverse libremente.



$$F = \frac{kZe^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

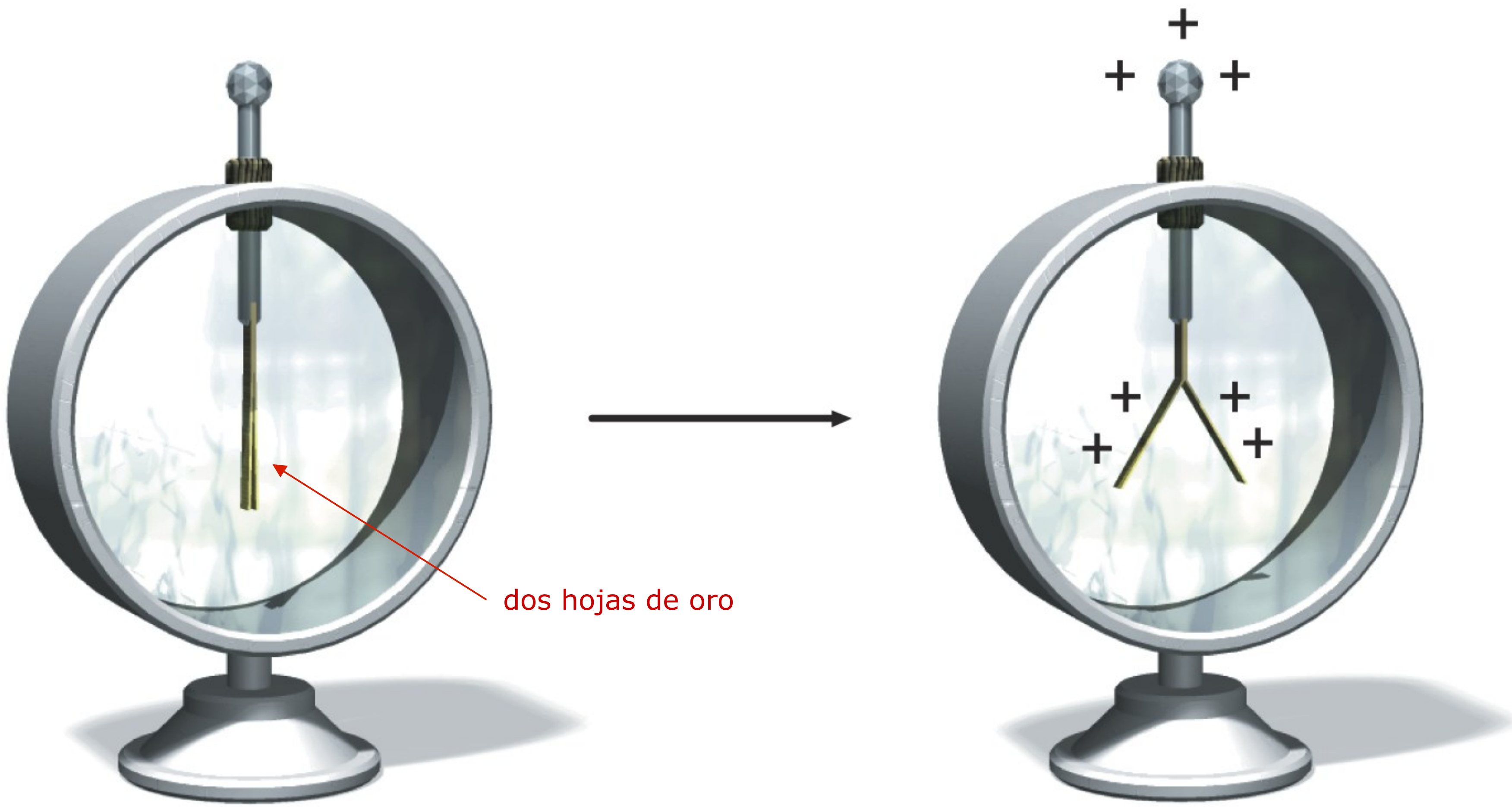
(*Fuerza eléctrica=Fuerza centrífuga*)

Los electrones externos están ligados mas débilmente a causa de su mayor distancia al núcleo y a las repulsión de los electrones mas internos.

Cuando un gran numero de átomos se combinan, el enlace de dos electrones de cada átomo individual se reduce debido a las interacciones con los átomos próximos. **Uno o más de los electrones externos de cada átomo queda en libertad para moverse por todo el metal**.

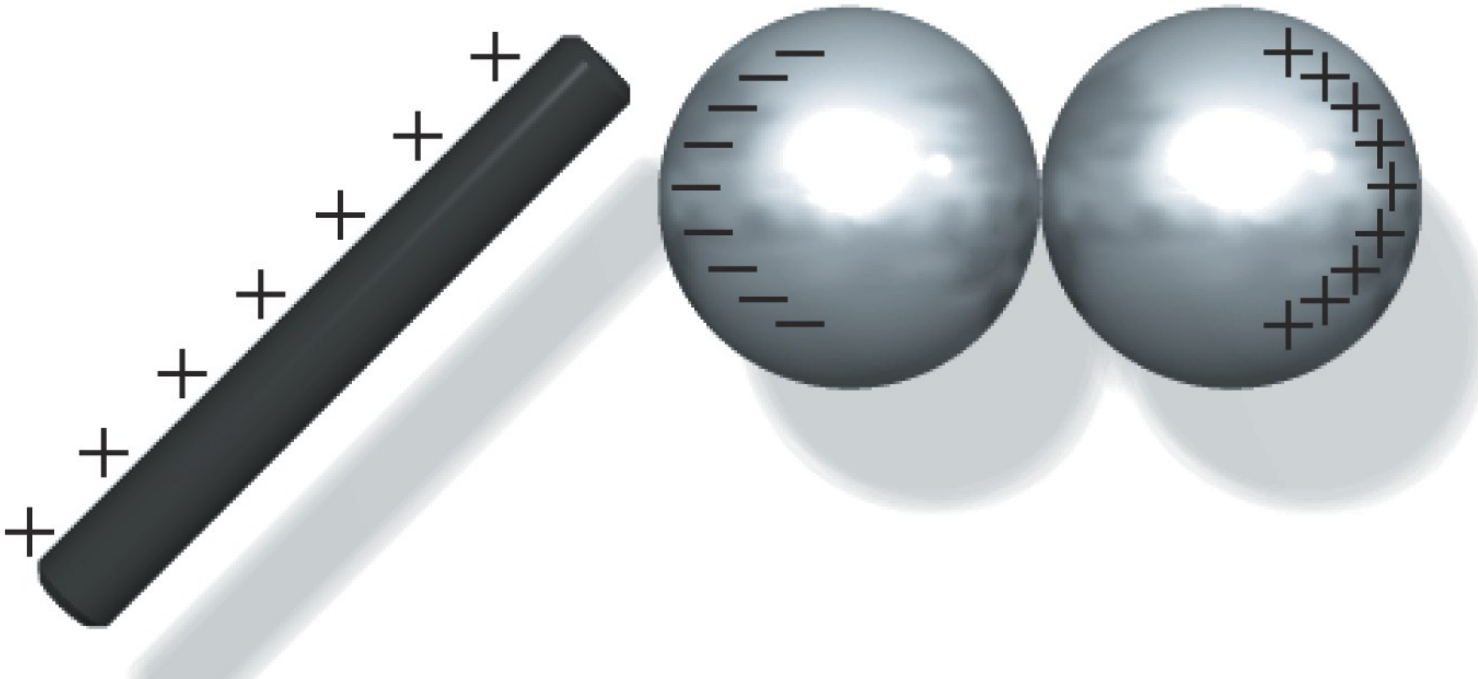
Electroscopio

Si se toca la esfera con una barra de vidrio cargada positiva, las hojas de oro se separan. La barra de vidrio atrae electrones de la esfera de metal, dejando una carga neta positiva en las hojas.



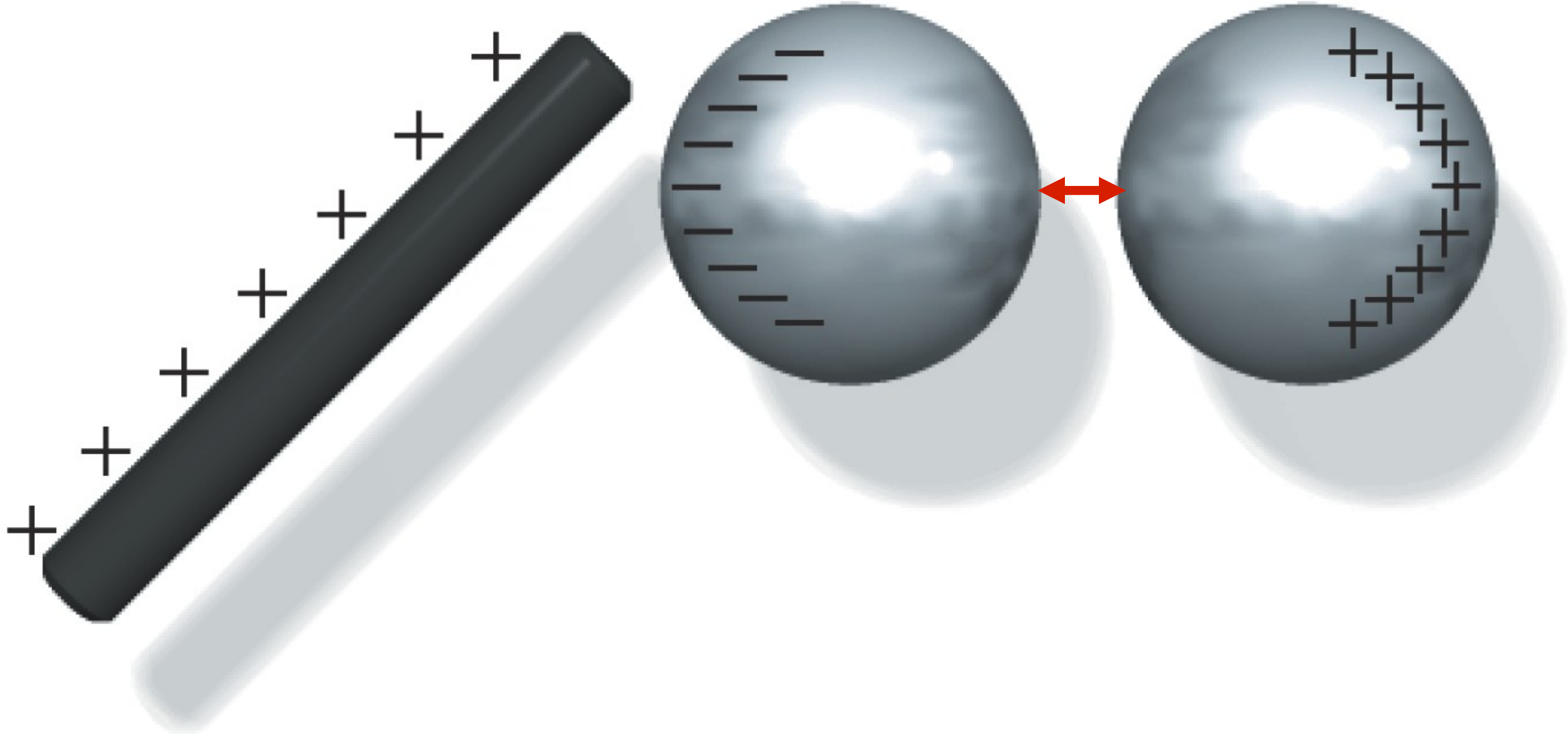
Carga por inducción

Cuando se acerca una barra cargada positiva a dos esferas metálicas en contacto y sin carga, <u>los electrones fluyen de una esfera a la otra</u>.

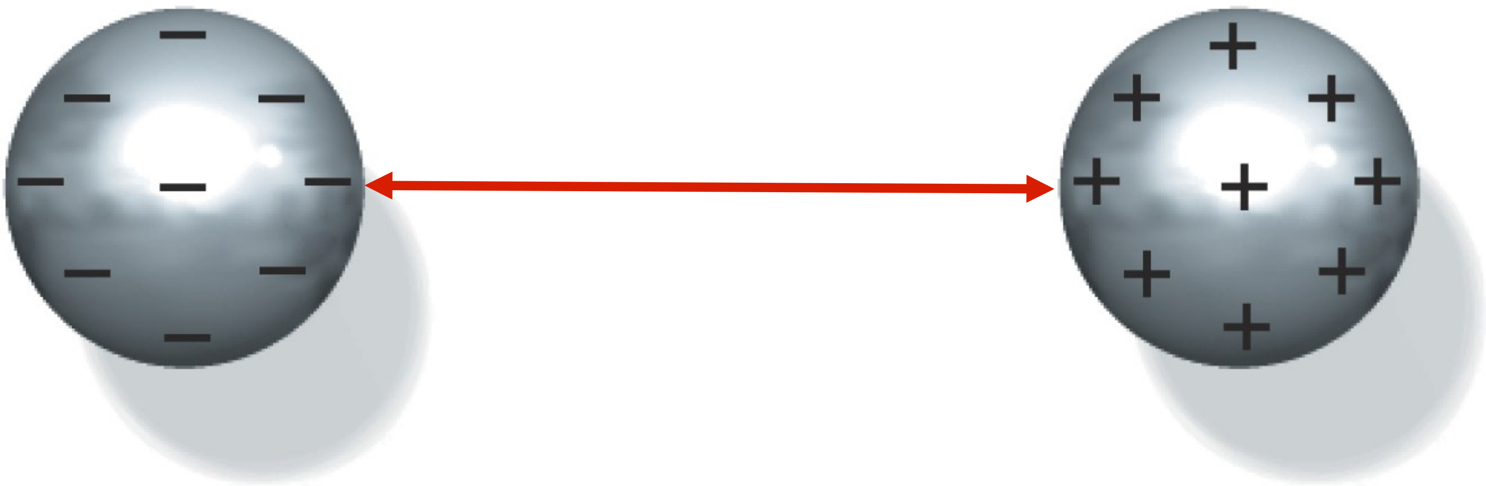


Cuando en un conductor *se separan* las cargas iguales y opuestas se dice que está **polarizado**.

Si las esferas se separan sin mover la barra de su posición, éstas retienen sus cargas iguales y opuestas.



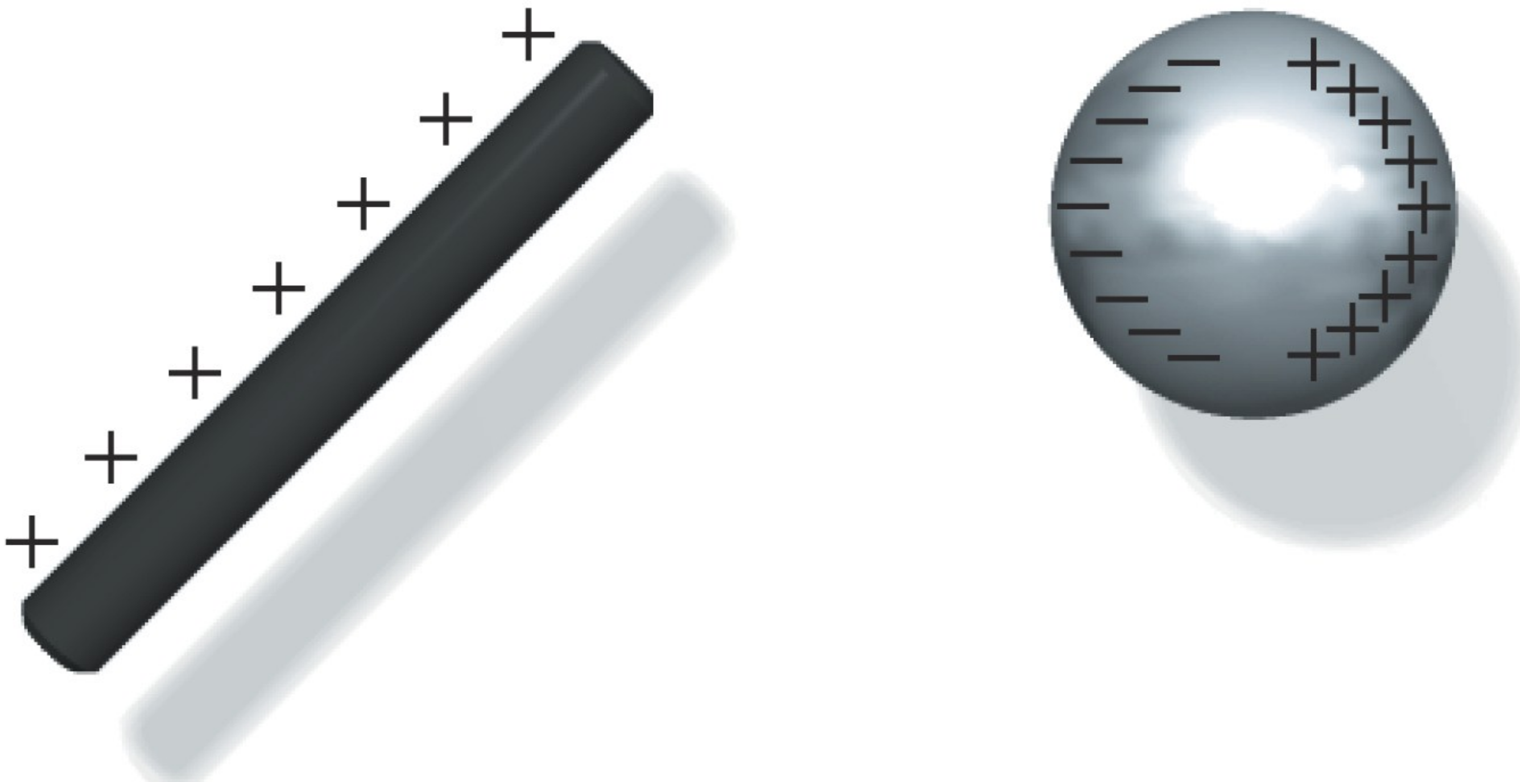
Si la barra se retira y las esferas se separan, éstas quedan uniformemente cargadas con cargas iguales y opuestas.



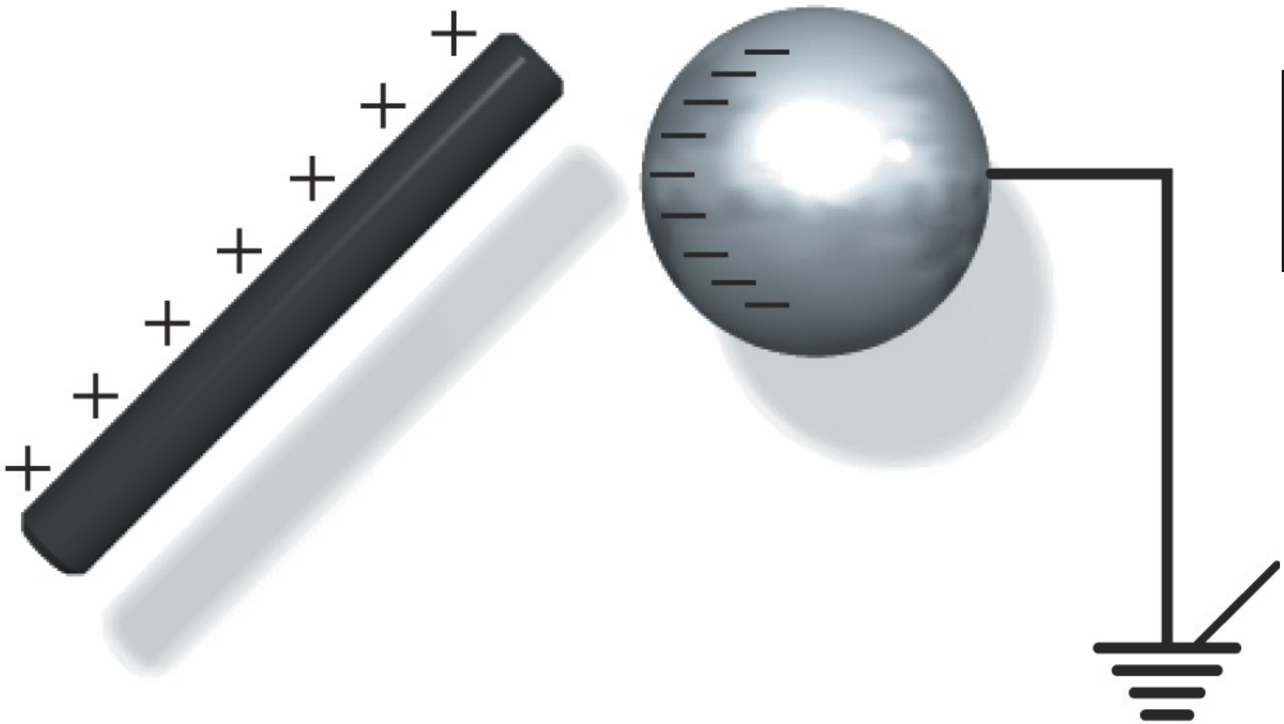
Mediante el método de la carga por inducción se puede entender la **ley de la conservación de la carga**:
en cualquier proceso la carga ni se crea ni se destruye; simplemente se transfiere.

Inducción por conexión a Tierra

La carga libre sobre una esfera conductora se polariza mediante la barra cargada positivamente, que atrae las cargas negativa de la esfera.



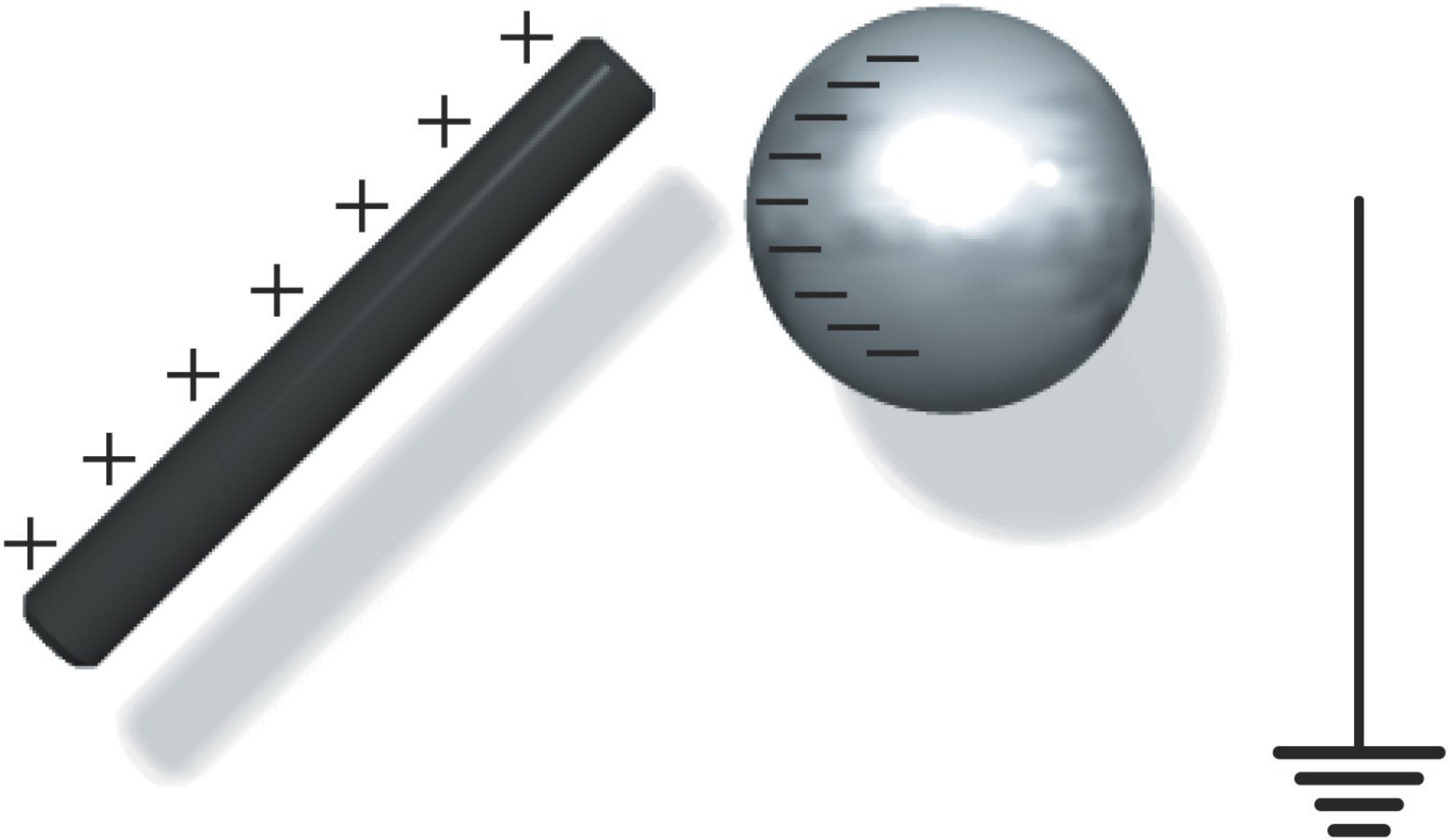
Los electrones del suelo neutralizan la carga positiva del lado más alejado de la barra y la esfera queda negativamente cargada.



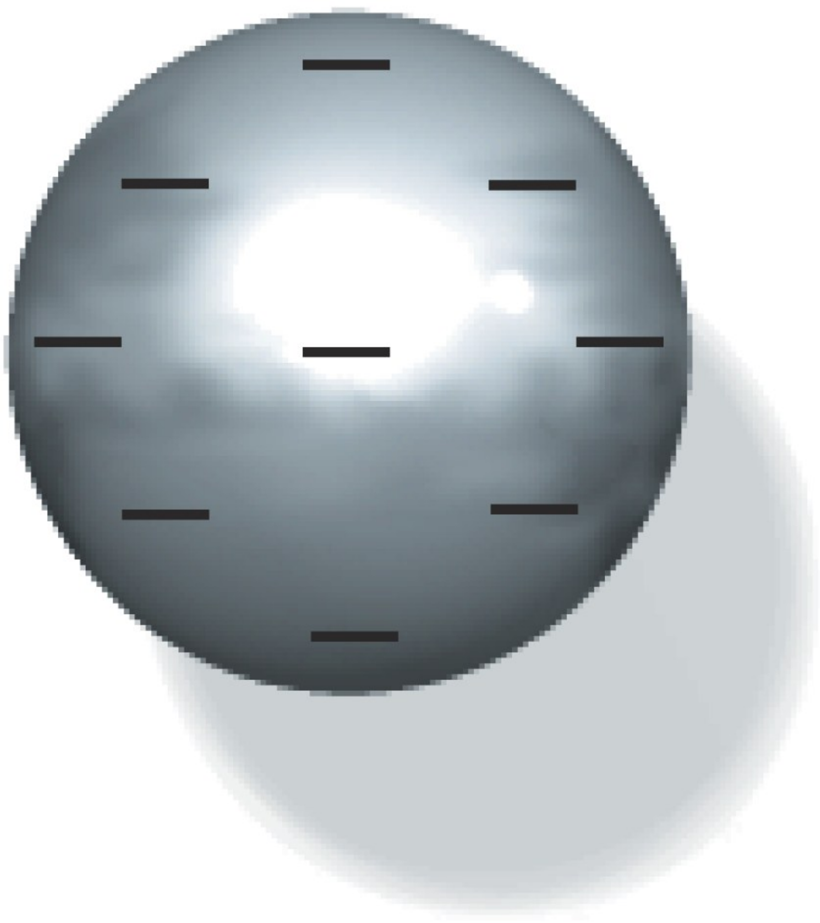
Puede considerarse un conductor infinitamente grande y con un suministro de carga ilimitada.

Símbolo de conexión a Tierra

La carga negativa permanece si el cable se desconecta antes de separar la barra.



Al quitar la barra, la esfera queda cargada negativa y uniformemente.



Ejemplos de conexión a Tierra

El **pararrayos** de este edificio está conectado a tierra para conducir electrones desde el suelo a las nubes cargadas positivamente a fin de neutralizarlas.

Sombreros con cadena metálicas

21-3
Ley de Coulomb

Balanza de torsión de Coulomb

Cargas puntuales: las esferas cargadas son mucho menores que la distancia entre ellas.


(Ingeniero militar francés, 1736-1806)

La **fuerza ejercida** por una carga sobre otra fue estudiada por **Charles Augustin de Coulomb** (1736-1806) mediante una balanza de torsión.

Coulomb utilizó el **fenómeno de la inducción** para producir esferas igualmente cargadas.

Por ejemplo, comenzando con una carga q_o sobre cada esfera, podía reducir la carga a $\frac{1}{2}q_o$ conectando a tierra una de las esferas para descargarla y después poniendo las dos esferas en contacto.

Coulomb cargó una esfera fija con una carga q_1 y otra esfera, situada en el extremo de una varilla colgada, con una carga q_2. La fuerza ejercida por q_1 sobre q_2 tuerce la varilla y la fibra que cuelga. La fuerza se mide por el ángulo de torsión.

Resultados de los experimentos de Coulomb

Ley de Coulomb: La fuerza ejercida por una carga puntual sobre otra está dirigida a lo largo de la línea que las une. La fuerza varia inversamente con el cuadrado de la distancia que separa las cargas y es proporcional al producto de las mismas. Es repulsiva si las cargas tienen el mismo signo y atractiva se las cargas tienen signos opuestos.

LEY DE COULOMB

$$\boxed{\mathbf{F}_{1,2} = \frac{kq_1q_2}{r_{1,2}^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{1,2}}$$

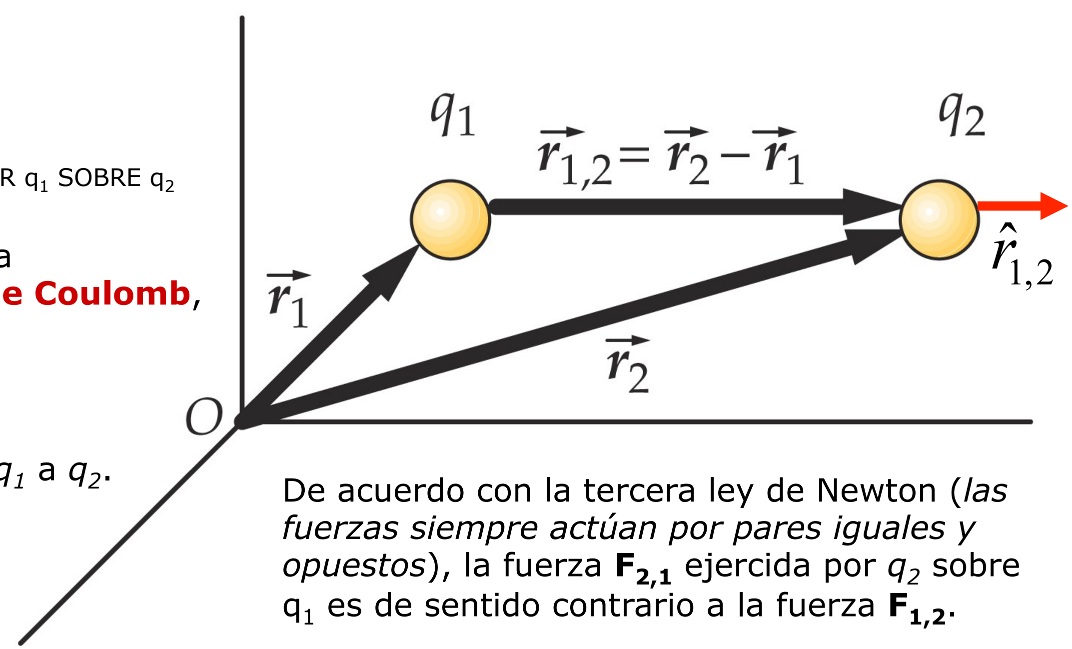
LEY DE COULOMB PARA LA FUERZA EJERCIDA POR q_1 SOBRE q_2

en donde K es una constante determinada experimentalmente llamada **constante de Coulomb**, que tiene el valor:

$$k = 8.99\times10^9\ N\cdot m^2/C^2$$

y $\hat{r}_{1,2}$ es un <u>vector unitario</u> que apunta de q_1 a q_2.

$$\hat{r}_{1,2} = \frac{\vec{r}_{1,2}}{\left|r_{1,2}\right|}$$



De acuerdo con la tercera ley de Newton (*las fuerzas siempre actúan por pares iguales y opuestos*), la fuerza $\mathbf{F}_{2,1}$ ejercida por q_2 sobre q_1 es de sentido contrario a la fuerza $\mathbf{F}_{1,2}$.

Semejanza entre la ley de Coulomb y la ley de Newton

k: constante de Coulomb

$$F_e = \frac{k q_1 q_2}{r^2}$$

$$F_g = \frac{G m_1 m_2}{r^2}$$

G: constante de gravitación universal

Ambas dependen de $1/r^2$ pero la <u>fuerza gravitatoria</u> (F_g) entre dos partículas es proporcional a las masas y es **siempre atractiva**. La <u>fuerza eléctrica</u> (F_e) es proporcional a las cargas y **puede ser atractiva o repulsiva**.

Fuerza eléctrica en un átomo de H

EJEMPLO 21.2

En el átomo de hidrogeno, el electrón está separado del protón por una distancia media de aproximadamente 5.3×10^{-11} m. ¿Cuál es el módulo de la fuerza electrostática ejercida por el protón sobre el electrón?

$$F_e = \frac{k|q_1q_2|}{r^2} = \frac{ke^2}{r^2} = \frac{(8.99\times10^9\, N\cdot m^2/C^2)\cdot(1.6\times10^{-19}\,C)^2}{(5.3\times10^{-11}\,m)^2} = \boxed{8.19\times10^{-8}\,N}$$

Comparada con las interacciones macroscópicas[1], esta fuerza es muy pequeña. Sin embargo, como la masa del electrón es tan pequeña ($m_e\approx10^{-30}$ kg), esta fuerza produce una aceleracion enorme:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{8.19\times10^{-8}\,N}{10^{-30}\,Kg} = 8.19\times10^{22}\,m/s^2$$

[1]La fuerza de atracción gravitacional entre Tierra y la Luna es de 2.1×10^{20} **N**

Comparación entre fuerza eléctrica y gravitatoria

EJEMPLO 21.3

Calcular la relación que existe entre las fuerzas eléctrica y gravitatoria ejercidas entre el protón y el electrón de un átomo de hidrogeno (m_e=9.11×10^{-31} kg; m_p=1.67×10^{-27} kg; G=6.67x10^{-11} Nm^2/kg^2).

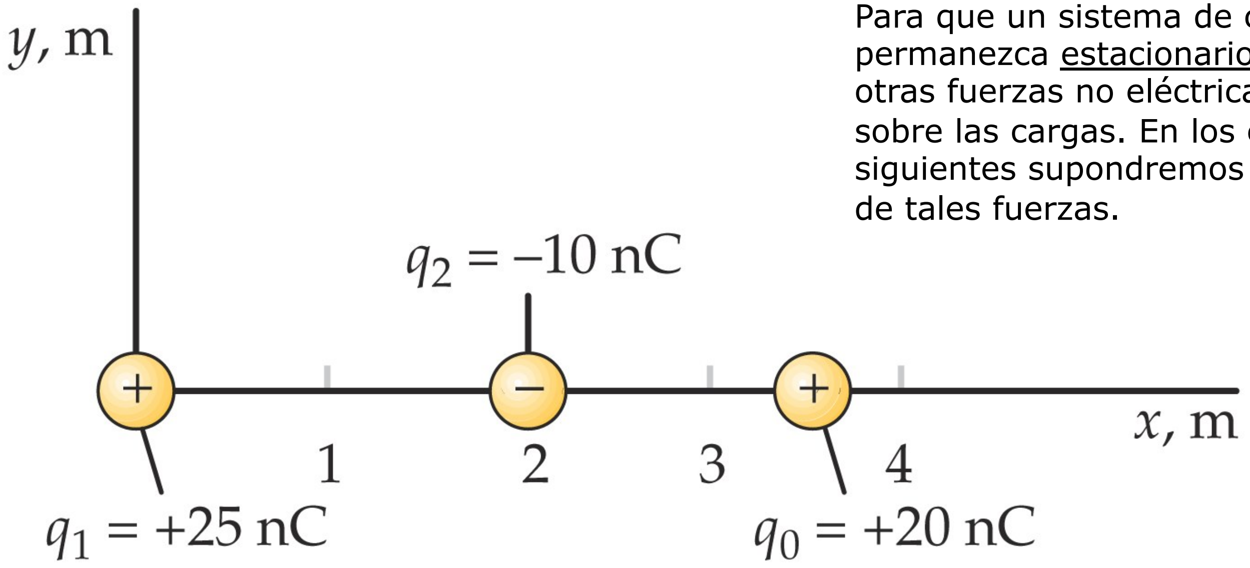
$$F_e = \frac{k|q_1 q_2|}{r^2} = \frac{ke^2}{r^2} \qquad F_g = \frac{G m_p m_e}{r^2}$$

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{ke^2}{G m_p m_e} = \frac{(8.99\times 10^9\, N\cdot m^2/C^2)\cdot(1.6\times 10^{-19}\, C)^2}{(6.67\times 10^{-11}\, N\cdot m^2/kg^2)\cdot(1.67\times 10^{-27}\, kg)\cdot(9.11\times 10^{-31}\, kg)} = \boxed{2.27\times 10^{39}}$$

Este número tan grande muestra que la fuerza gravitatoria en esta situación es despreciable por completo respecto a la fuerza eléctrica. Por otra parte, la gravedad es la fuerza dominante entre sistemas astronómicos como planetas y estrellas.

Fuerza ejercida por un sistema de cargas

Principio de superposición de las fuerzas: en un sistema de cargas, cada una de ellas ejerce un fuerza de Coulomb sobre cada una de las restantes. La **fuerza neta** sobre cada carga es la <u>suma vectorial de las fuerzas individuales</u> ejercidas sobre dicha carga por las restantes cargas del sistema.



Para que un sistema de cargas permanezca <u>estacionario</u> deben existir otras fuerzas no eléctricas actuando sobre las cargas. En los ejemplos siguientes supondremos la existencia de tales fuerzas.

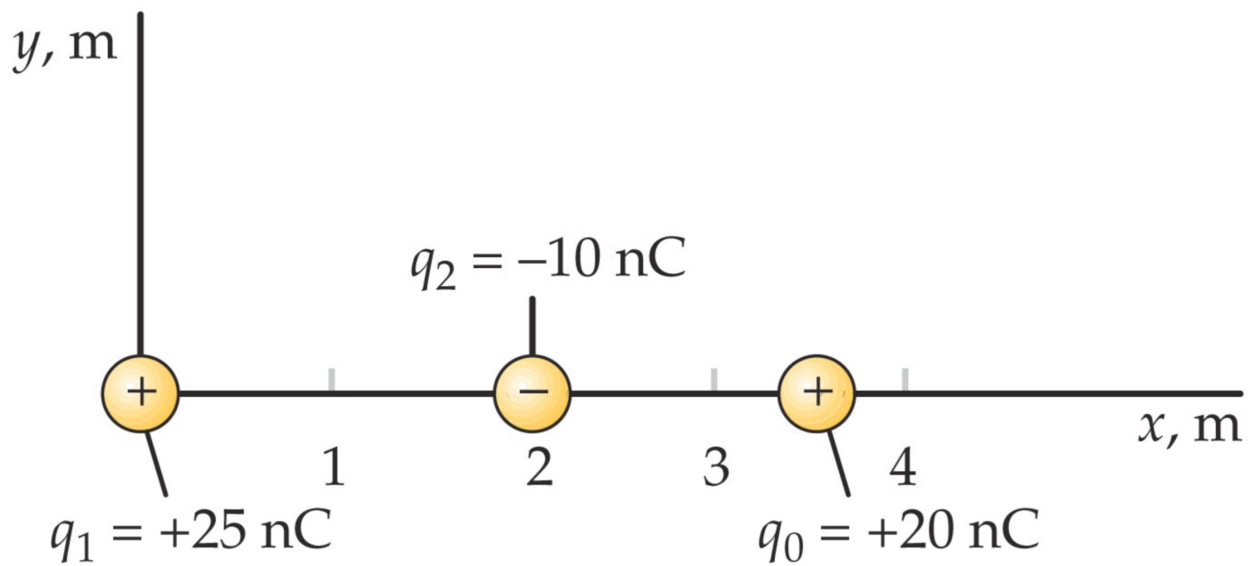
Fuerza neta

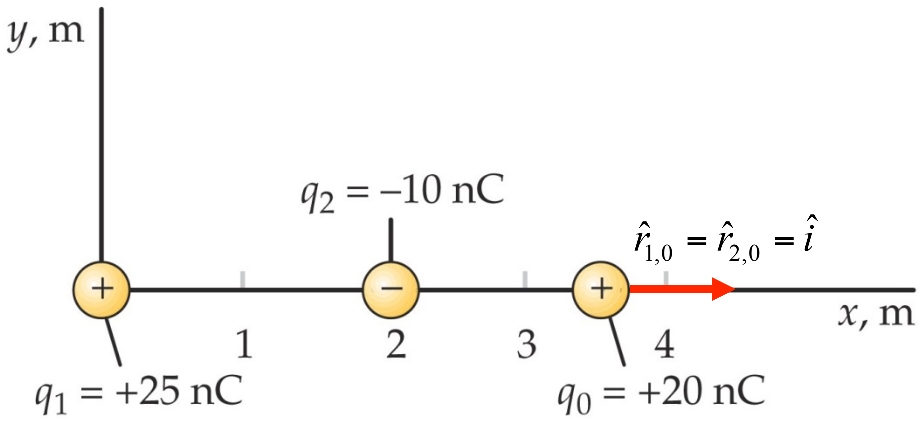
EJEMPLO 21.4

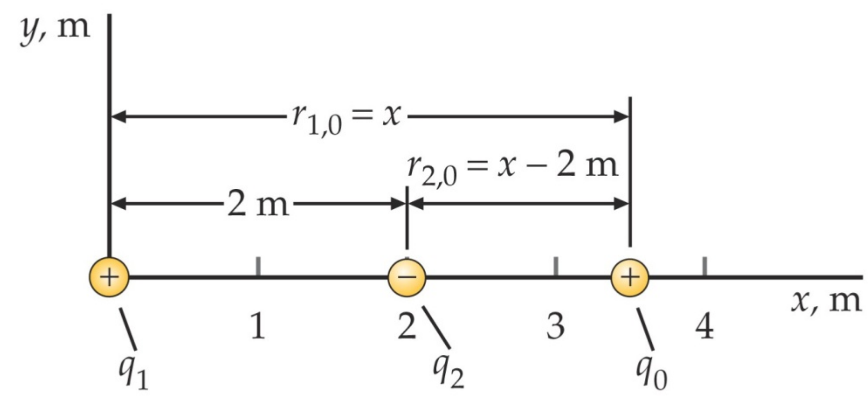
Tres cargas puntuales se encuentran sobre el eje x; q_1 está en el origen, q_2 en x=2 m y q_o en x>2 m.

(*a*) Encontrar la fuerza neta sobre q_o ejercida por q_1 y q_2 si q_1= +25 nC, q_2=-10 nC y x=3.5 m.

(*b*) Encontrar una expresión de la fuerza neta sobre q_o debida a q_1 y q_2 en el intervalo 2m<x<∞.







1. Determinar la fuerza $\mathbf{F}_{1,0}$ debida a q_1

$$\mathbf{F}_{1,0} = k\frac{q_1 q_0}{r_{1,0}^2}\hat{\mathbf{r}}_{1,0} = k\frac{q_1 q_0}{x^2}\mathbf{i} = \frac{\left(8.99\times 10^9\ N\cdot m^2/C^2\right)\left(25\times 10^{-9}\ \mathrm{C}\right)\left(20\times 10^{-9}\ \mathrm{C}\right)}{\left(3.5\ m\right)^2} = \left(0.367\ \mu N\right)\mathbf{i}$$

2. Determinar la fuerza $\mathbf{F}_{2,0}$ debida a q_2

$$\mathbf{F}_{2,0} = k\frac{q_2 q_0}{r_{2,0}^2}\hat{\mathbf{r}}_{2,0} = k\frac{q_2 q_0}{\left(x-2m\right)^2}\mathbf{i} = \frac{\left(8.99\times 10^9\ N\cdot m^2/C^2\right)\left(-10\times 10^{-9}\ \mathrm{C}\right)\left(20\times 10^{-9}\ \mathrm{C}\right)}{\left(1.5\ m\right)^2} = \left(-0.799\ \mu N\right)\mathbf{i}$$

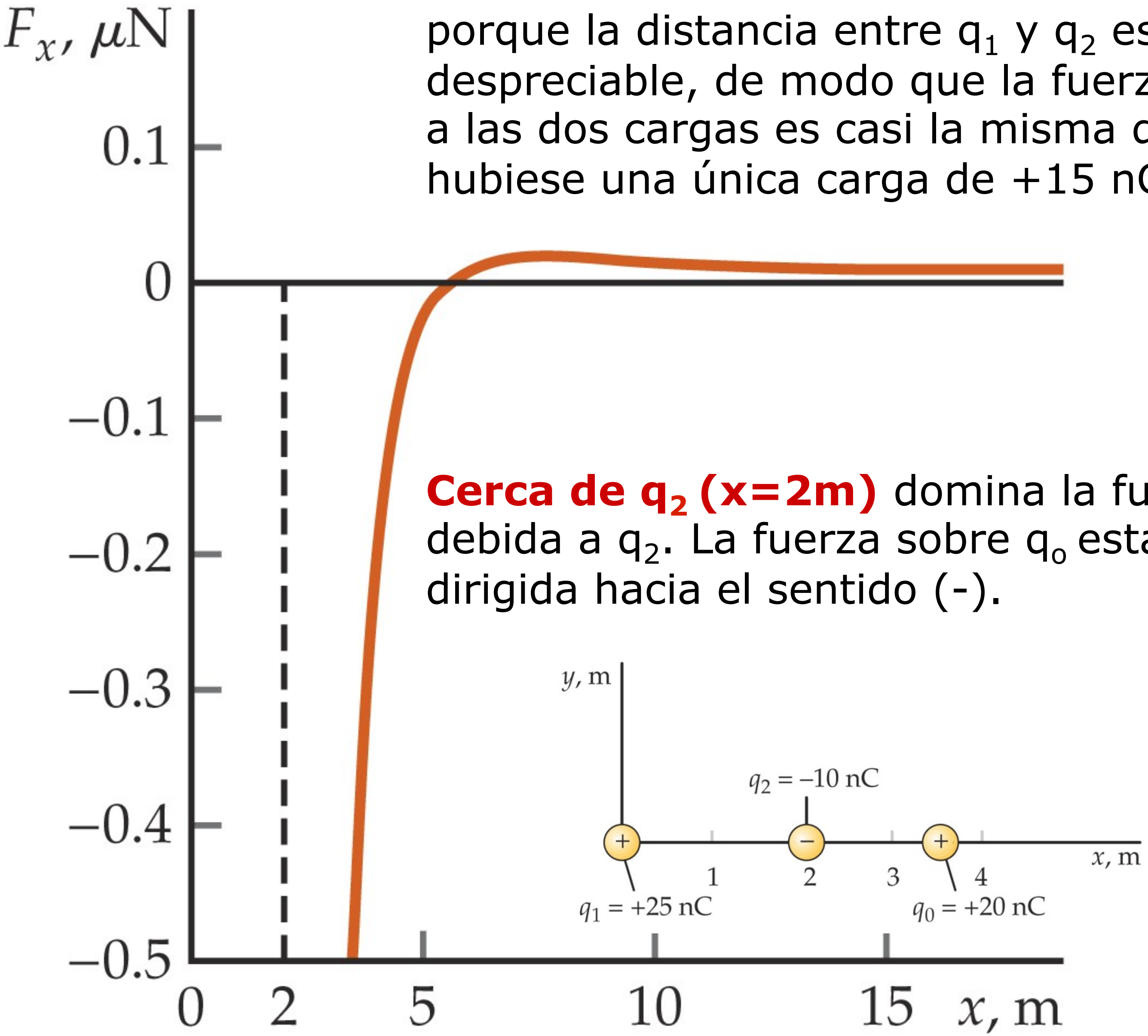
3. Sumar los dos vectores resultantes para obtener la fuerza neta

$$\mathbf{F}_{neta} = \mathbf{F}_{1,0} + \mathbf{F}_{2,0} = \left(k\frac{q_1 q_0}{x^2} + k\frac{q_2 q_0}{\left(x-2m\right)^2}\right)\mathbf{i}$$

$$= \left(0.367\ \mu N - 0.799\ \mu N\right)\mathbf{i} = -\left(0.432\ \mu N\right)\mathbf{i}$$

Para **x>>2m** la fuerza tiene sentido (+) porque la distancia entre q_1 y q_2 es despreciable, de modo que la fuerza debida a las dos cargas es casi la misma que si hubiese una única carga de +15 nC.

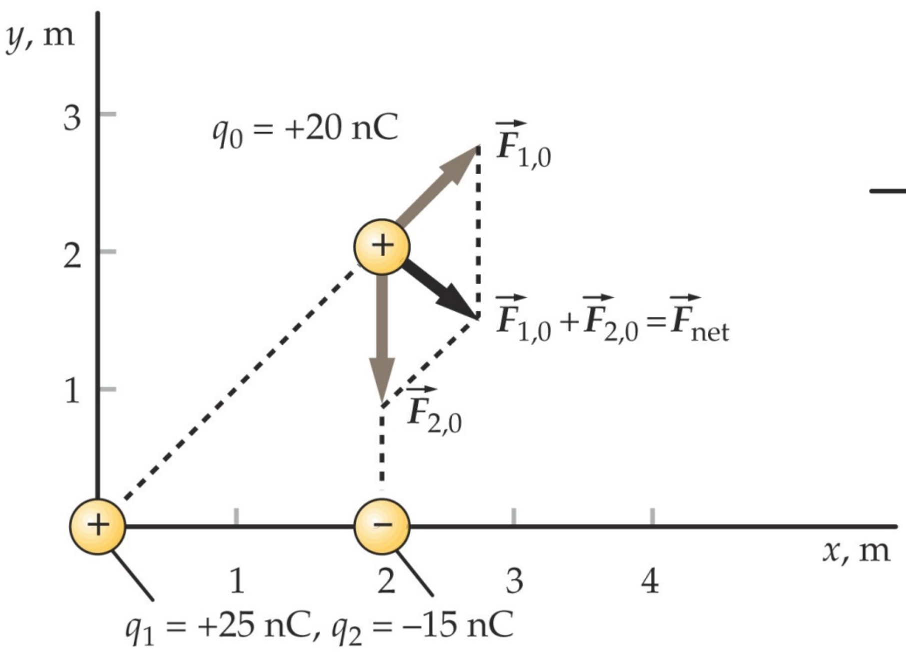
Cerca de q_2 (x=2m) domina la fuerza debida a q_2. La fuerza sobre q_o está dirigida hacia el sentido (-).

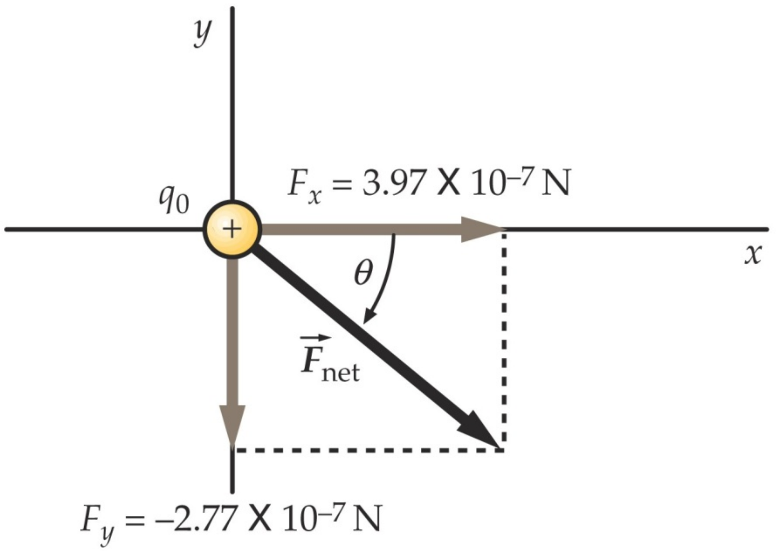


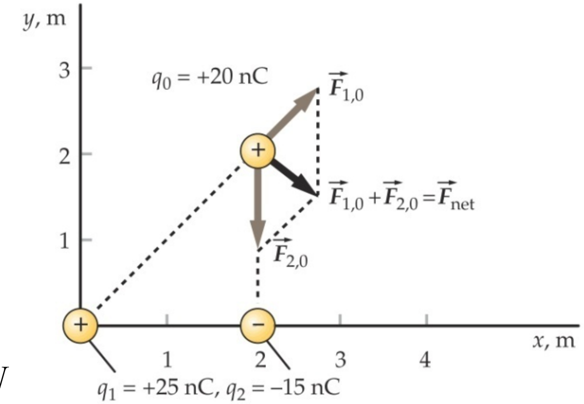
Fuerza neta en dos dimensiones

EJEMPLO 21.5

La carga q_1=+25 nC está en el origen, la carga q_2=-15 nC está sobre el eje x en x=2m, y la carga q_o=+20 nC está en el punto x=2m, y=2m como se indica en la figura. Determinar el vector de la fuerza resultante sobre q_o.







1. La fuerza resultante $\sum \mathbf{F}$ sobre q_0 es la suma de las fuerzas individuales

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_{1,0} + \mathbf{F}_{2,0}$$

$$\sum \mathbf{F}_x = \mathbf{F}_{1,0x} + \mathbf{F}_{2,0x}$$

$$\sum \mathbf{F}_y = \mathbf{F}_{1,0y} + \mathbf{F}_{2,0y}$$

2. Determinar el módulo de la fuerza $\mathbf{F}_{1,0}$ debida a q_1

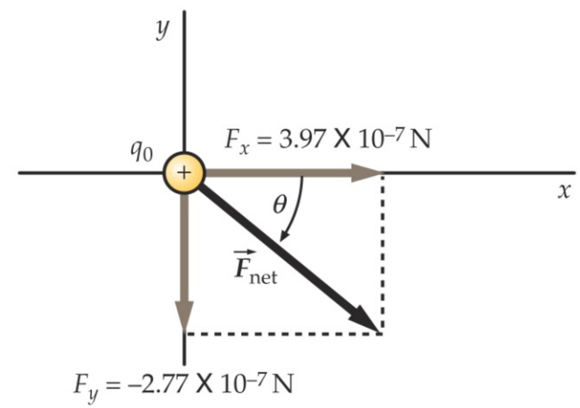
$$F_{1,0} = k\frac{|q_1q_0|}{r_{1,0}^2} = k\frac{|q_1q_0|}{\left(\sqrt{\left(2^2+2^2\right)}\right)^2} = \frac{\left(8.99\times10^9\ N\cdot m^2/C^2\right)\left(25\times10^{-9}\ \mathrm{C}\right)\left(20\times10^{-9}\ \mathrm{C}\right)}{\left(2\sqrt{2}\ m\right)^2} = 5.62\times10^{-7}\ N$$

3. Como $\mathbf{F}_{1,0}$ forma un ángulo de 45° con los ejes x y y, sus componentes x y y son iguales entre sí

$$F_{1,0x} = F_{1,0y} = F_{1,0}\cos 45^\circ = \frac{5.62\times10^{-7}\ N}{\sqrt{2}} = 3.97\times10^{-7}\ N$$

4. Determinar la fuerza $\mathbf{F}_{2,0}$ ejercida por q_2

$$\mathbf{F}_{2,0} = k\frac{|q_2q_0|}{r_{2,0}^2}\hat{\mathbf{r}}_{2,0} = \frac{\left(8.99\times10^9\ N\cdot m^2/C^2\right)\left(-15\times10^{-9}\ \mathrm{C}\right)\left(20\times10^{-9}\ \mathrm{C}\right)}{\left(2\ m\right)^2}\mathbf{j} = \left(-6.74\times10^{-7}\ N\right)\mathbf{j}$$



5. Calcular las componentes de la fuerza resultante

$$\sum \mathbf{F}_x = \mathbf{F}_{1,0x} + \mathbf{F}_{2,0x} = \left(3.97\times10^{-7}\ N\right) + 0 = 3.97\times10^{-7}\ N$$

$$\sum \mathbf{F}_y = \mathbf{F}_{1,0y} + \mathbf{F}_{2,0y} = \left(3.97\times10^{-7}\ N\right) + \left(-6.74\times10^{-7}\ N\right) = -2.77\times10^{-7}\ N$$

6. El módulo de la fuerza resultante se determina a partir de sus componentes

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{\left(3.97\times10^{-7}\ N\right)^2 + \left(-2.77\times10^{-7}\ N\right)^2} = 4.84\times10^{-7}\ N$$

6. La fuerza resultante apunta hacia la derecha y hacia abajo formando un ángulo θ con el eje x

$$tg\,\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{-2.77}{3.97} = -0.698$$

$$\theta = tg^{-1}\left(-0.698\right) = -34.9^\circ$$

Para expresar la fuerza $\mathbf{F}_{1,0}$ en función del vector unitario $\hat{\mathbf{r}}_{1,0}$ se puede utilizar una combinación lineal de los vectores $\mathbf{i}$ y $\mathbf{j}$: $\hat{\mathbf{r}}_{1,0} = \left(\mathbf{i}+\mathbf{j}\right)/\sqrt{2}$

21-4
El Campo eléctrico

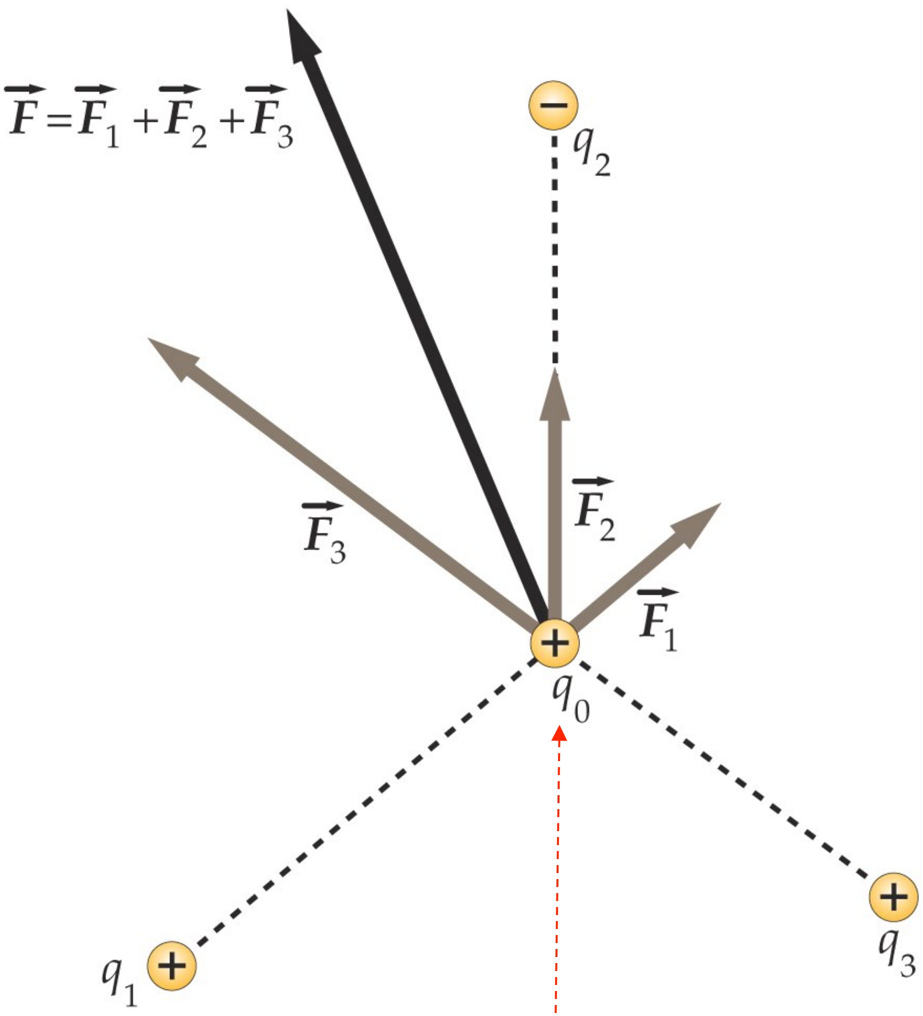
Fuerza eléctrica y acción a distancia

La fuerza eléctrica ejercida por una carga sobre otra es un ejemplo de **acción a distancia**.

¿**Cuál es el mecanismo** según el cual una partícula puede ejercer una fuerza sobre otra?

Si una partícula se mueve súbitamente, ¿varia instantáneamente la fuera ejercida sobre la secunda partícula situada a distancia *r* de la primera?

Para evitar el problema conceptual de acción a distancia se introduce el concepto de **campo eléctrico**.



Una pequeña **carga testigo** en un sistema de cargas q_1, q_2, q_3 que experimenta una fuerza proporcional a q_o (**F**=**E**·q_o). La relación F/q_o es el campo eléctrico en esa posición.

Una carga crea un campo eléctrico **E** en todo el espacio y este campo ejerce una fuerza sobre la otra.

La fuerza es así ejercida *por el campo* E existente en la posición de la segunda carga, más que por la propia primera carga que se encuentra a cierta distancia *r*.

Los cambio de **E** se propagan a través del espacio con la velocidad de la luz, (c=2.997x10^8 m/s).

Así, si una carga se mueve súbitamente, la fuerza que ejerce sobre otra carga a distancia *r* se modifica después de un tiempo r/c.

El campo eléctrico es un vector que describe la condición en el espacio creada por el sistema de cargas puntuales.

Desplazando la carga testigo q_o de un punto a otro, podemos determinar **E** en todos los puntos del espacio.

La unidad en el SI es **newton por culombio** (N/C)

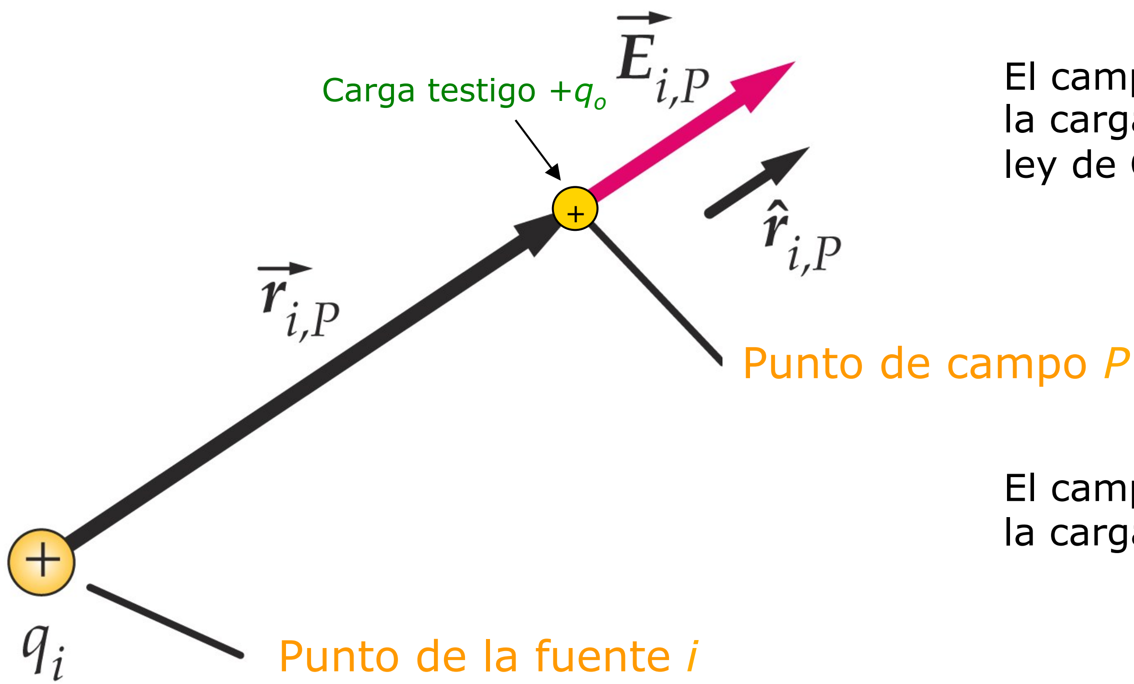
$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_o} \quad (q_o \text{ pequeña})$$

TABLE 21-2

Some Electric Fields in Nature

	E, N/C
(Cables domésticos) In household wires	10^{-2}
In radio waves	10^{-1}
In the atmosphere	10^{2}
In sunlight	10^{3}
Under a thundercloud	10^{4}
In a lightning bolt	10^{4}
In an X-ray tube	10^{6}
At the electron in a hydrogen atom	6×10^{11}
(En la superficie de un núcleo de uranio) At the surface of a uranium nucleus	2×10^{21}

Campo eléctrico debido a una sola carga puntual q_i



El campo eléctrico en un punto P debido a la carga q_i se puede calcular a partir de la ley de Coulomb:

$$F_{i,P} = \frac{kq_i q_o}{r_{i,P}^2}\hat{r}_{i,P}$$

El campo eléctrico en el punto P debido a la carga q_i es, por lo tanto:

$$\boxed{E_i = \frac{kq_i}{r_{i,o}^2}\hat{r}_{i,o}}$$

LEY DE COULOMB PARA EL CAMPO **E** CREADO POR UNA CARGA PUNTUAL

$\hat{r}_{i,P}$ es el **vector unitario** que apunta desde el punto de la fuente i al punto de observación P.

$$\hat{r}_{i,P} = \frac{\vec{r}_{i,P}}{\left|r_{i,P}\right|}$$

Campo eléctrico debido a una distribución de cargas puntuales

El campo eléctrico resultante debido a una distribución de **n** cargas puntuales se determina sumando los campos originados por cada carga separadamente:

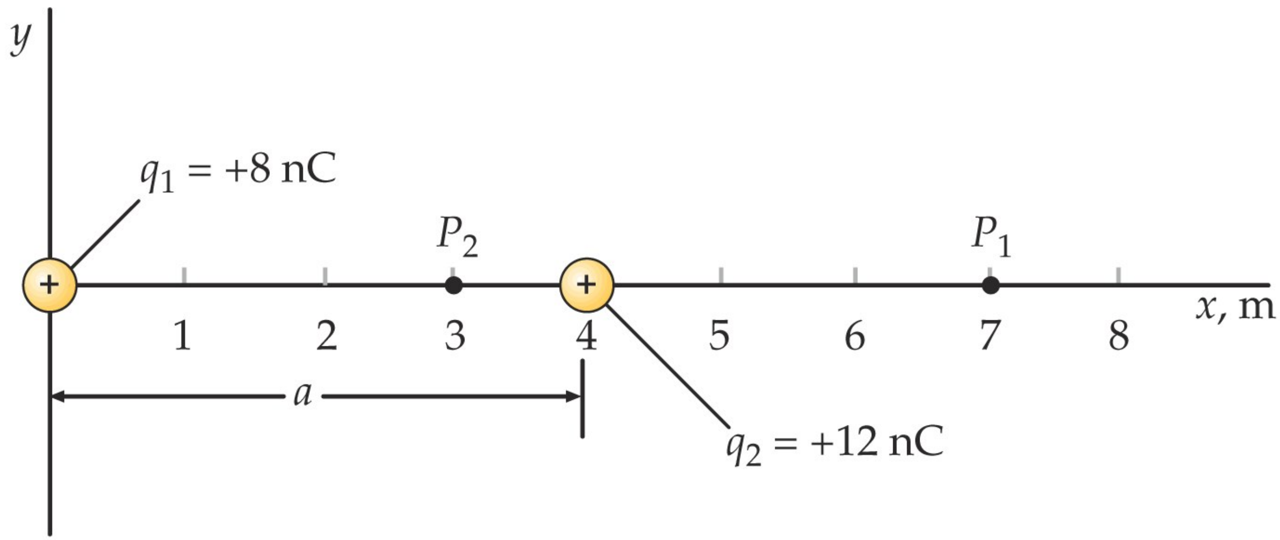
$$E_p = \sum_{i=1}^{n} E_{i,P} = \sum_{i=1}^{n} \frac{kq_i}{r_{i,P}^2}\,\hat{r}_{i,P}$$

CAMPO ELÉCTRICO DEBIDO A UN SISTEMA DE CARGAS PUNTUALES

Campo eléctrico debido a dos cargas positivas

EJEMPLO 21.6

Una carga positiva q_1=+8 nC se encuentra en el origen y una segunda carga positiva q_2=+12 nC está sobre el eje x a distancia a=4 m. Determinar el campo eléctrico resultante (*a*) en el punto P_1 sobre el eje x en x=7 m y (b) en el punto P_2 sobre el eje x en x=3 m.



1. Calcular E en el punto P_1 utilizando $r_{1,P_1} = x = 7$ m y $r_{2,P_1} = (x-a)$

$$E = k\frac{q_1}{r_{1,P_1}^2}\hat{r}_{1,P_1} + k\frac{q_2}{r_{2,P_1}^2}\hat{r}_{2,P_1} = k\frac{q_1}{x^2}\hat{i} + k\frac{q_2}{(x-a)^2}\hat{i}$$

$$= \frac{(8.99\times10^9\ N\cdot m^2/C^2)(8\times10^{-9}\ \text{C})}{(7\ m)^2}\hat{i} + \frac{(8.99\times10^9\ N\cdot m^2/C^2)(12\times10^{-9}\ \text{C})}{(3\ m)^2}\hat{i}$$

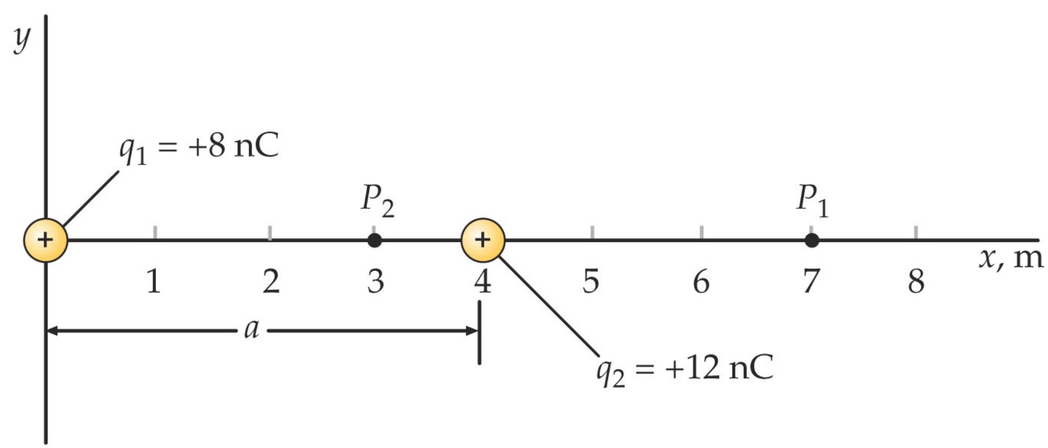
$$= (1.47\ N/C)\hat{i} + (12\ N/C)\hat{i} = (13.59\ N/C)\hat{i}$$

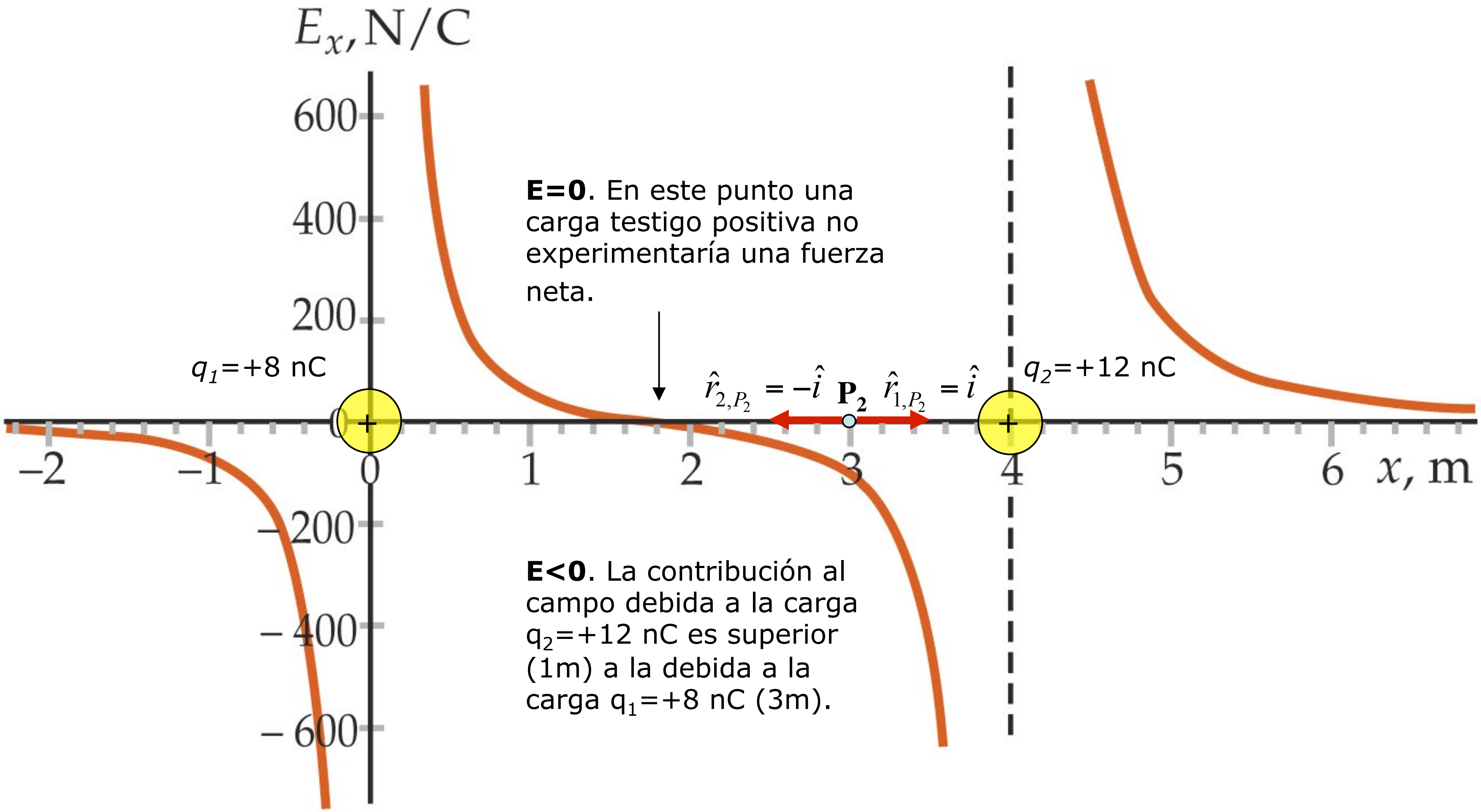
1. Calcular E en el punto P_2 utilizando $r_{1,P_2} = x = 3$ m y $r_{2,P_2} = (a-x)$

$$E = k\frac{q_1}{r_{1,P_2}^2}\hat{r}_{1,P_2} + k\frac{q_2}{r_{2,P_2}^2}\hat{r}_{2,P_2} = k\frac{q_1}{x^2}(\hat{i}) + k\frac{q_2}{(a-x)^2}(-\hat{i})$$

$$= \frac{(8.99\times10^9\ N\cdot m^2/C^2)(8\times10^{-9}\ \text{C})}{(3\ m)^2}(\hat{i}) + \frac{(8.99\times10^9\ N\cdot m^2/C^2)(12\times10^{-9}\ \text{C})}{(1\ m)^2}(-\hat{i})$$

$$= (7.99\ N/C)\hat{i} - (108\ N/C)\hat{i} = (-100\ N/C)\hat{i}$$




E_x, N/C
600
400
200
0
−200
−400
−600
−2
−1
0
1
2
3
4
5
6
x, m
q_1=+8 nC
q_2=+12 nC
$\hat{r}_{2,P_2} = -\hat{i}$
$\mathbf{P_2}$
$\hat{r}_{1,P_2} = \hat{i}$
E=0. En este punto una carga testigo positiva no experimentaría una fuerza neta.
E<0. La contribución al campo debida a la carga q_2=+12 nC es superior (1m) a la debida a la carga q_1=+8 nC (3m).

Ejercicio 21.6: Determinar el punto del eje x donde el campo eléctrico es cero.

$$E = k\frac{q_1}{r_{1,P_2}^2}\hat{r}_{1,P_2} + k\frac{q_2}{r_{2,P_2}^2}\hat{r}_{2,P_2} = 0$$

$$k\frac{q_1}{x^2}\left(\hat{i}\right) + k\frac{q_2}{(x-a)^2}\left(-\hat{i}\right) = 0$$

$$\frac{kq_1}{kq_2} = \frac{x^2}{(x-a)^2}$$

$$a = 4m;$$

$$\frac{x^2}{(x-4)^2} = \frac{q_1}{q_2} = \frac{8\,nC}{12\,nC} = 0.667$$

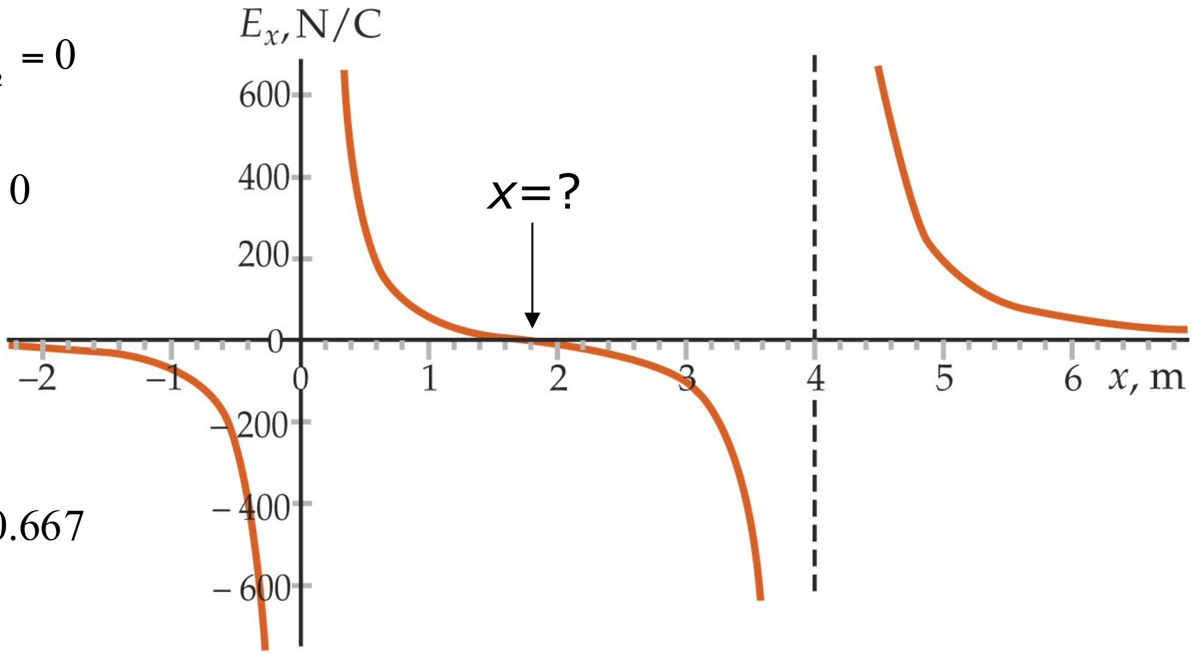
$$x^2 = \left(x^2 + 16 - 8x\right)\cdot 0.667$$

$$x^2 - 0.667x^2 + 5.336x - 10.672 = 0$$

$$0.333x^2 + 5.336x - 10.672 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5.336 \pm \sqrt{5.336^2 + (4\cdot 0.333\cdot 10.672)}}{2\cdot 0.333}$$

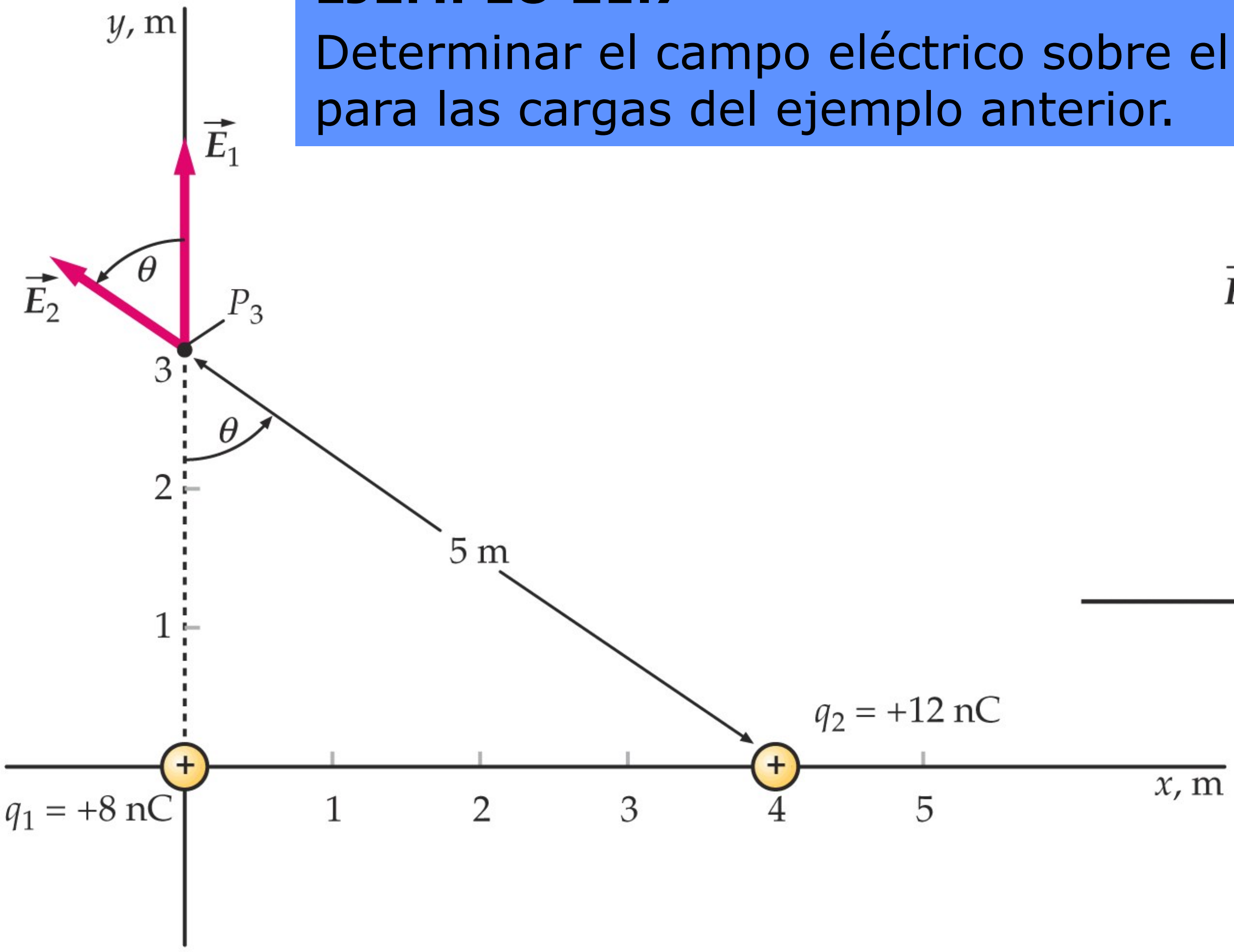
$$\boxed{x = 1.798\,m}$$

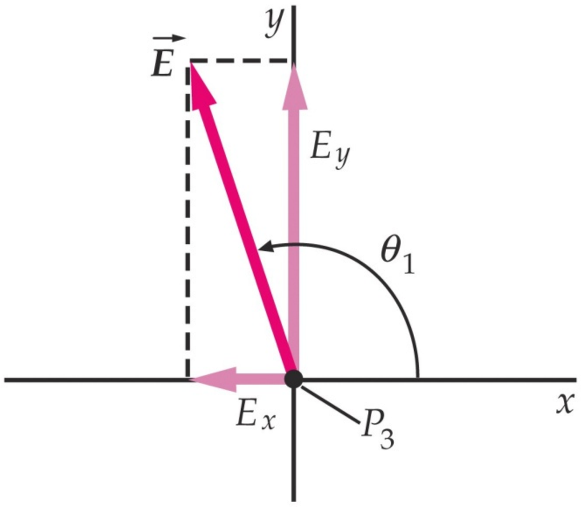


Campo eléctrico en puntos del eje *y* debido a cargas colocadas en el eje *x*

EJEMPLO 21.7

Determinar el campo eléctrico sobre el eje *y* en *y*=3 m para las cargas del ejemplo anterior.





1. Calcular el campo E_1 debido q_1

$$E_1 = k\frac{q_1}{r_{1,P_3}^2}\hat{r}_{1,P_3} = \frac{\left(8.99\times10^9\ N\cdot m^2/C^2\right)\left(8\times10^{-9}\ \mathrm{C}\right)}{(3\ m)^2}\hat{j} = (7.99\ N/C)\hat{j}$$

$$E_{1,x} = 0$$

$$E_{1,y} = (7.99\ N/C)\hat{j}$$

2. Calcular el campo E_2 debido q_2

$$E_2 = k\frac{q_2}{r_{2,P_3}^2}\hat{r}_{2,P_3}$$

$$\hat{r}_{2,P_3} = \frac{\vec{r}_{2,P_3}}{\left|r_{2,P_3}\right|} = \frac{3\hat{j}-4\hat{i}}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{3\hat{j}-4\hat{i}}{5}$$

$$E_2 = k\frac{q_2}{r_{2,P_3}^2}\left(\frac{3\hat{j}-4\hat{i}}{5}\right) = \frac{\left(8.99\times10^9\ N\cdot m^2/C^2\right)\left(12\times10^{-9}\ \mathrm{C}\right)}{\left(\sqrt{(-4\ m)^2+(3\ m)^2}\right)^2}\left(\frac{3\hat{j}-4\hat{i}}{5}\right) = (4.32\ N/C)\left(\frac{3\hat{j}-4\hat{i}}{5}\right)$$

$$E_{2,x} = (4.32\ N/C)\frac{4}{5}\left(-\hat{i}\right) = -(3.46\ N/C)\hat{i}$$

$$E_{2,y} = (4.32\ N/C)\frac{3}{5}\left(\hat{j}\right) = (2.59\ N/C)\hat{j}$$

3. Determinar las componentes x y y del campo resultante

$$E_x = E_{1,x} + E_{2,x} = 0 - (3.46\ N/C)\hat{i} = -(3.46\ N/C)\hat{i}$$

$$E_y = E_{1,y} + E_{2,y} = (7.99\ N/C)\hat{j} + (2.59\ N/C)\hat{j} = (10.58\ N/C)\hat{j}$$

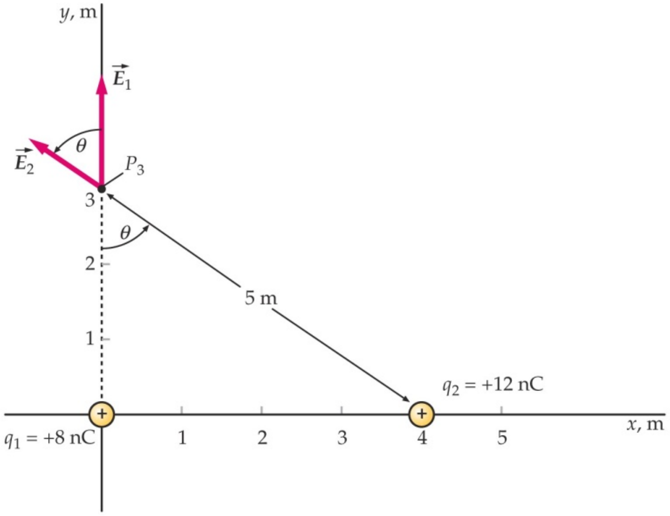
4. Calcular el módulo del campo E a partir de sus componentes

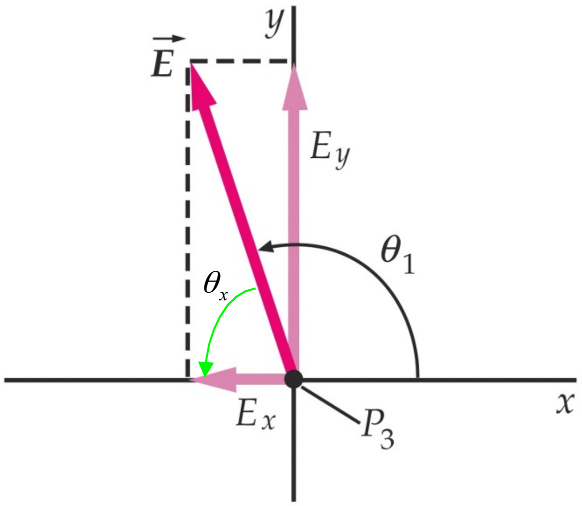
$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 11.13\ N/C$$

4. Determinar el ángulo θ_1 formado por E con el eje x

$$tg\,\theta_x = \frac{sen\,\theta_x}{\cos\theta_x} = \frac{E_y}{E_x}$$

$$\theta_x = arctg\left(\frac{E_y}{E_x}\right) = 72^\circ \quad \rightarrow \theta_1 = (180-\theta_x) = 108^\circ$$

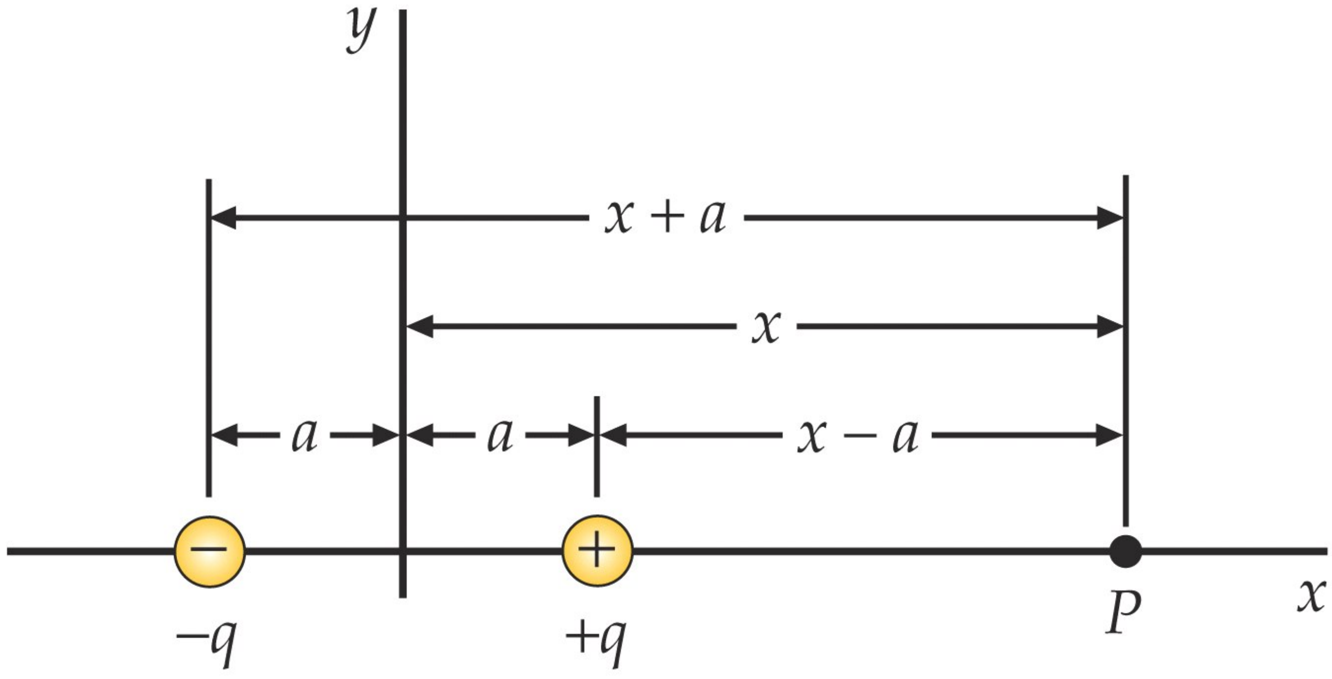




Campo eléctrico debido a dos cargas iguales en módulo y opuesta en signo

EJEMPLO 21.8

Una carga $+q$ se encuentra en $x=a$ y una segunda carga $-q$ en $x=-a$. (a) Determinar el campo eléctrico sobre el eje x en un punto arbitrario $x>a$. (b) Determinar la forma límite del campo eléctrico para $x>>a$.



1. Calcular el campo E debido a las dos cargas para $x > a$

$$E = k\frac{q}{r_{+,P}^2}\hat{r}_{+,P} + k\frac{q}{r_{-,P}^2}\hat{r}_{-,P} = k\frac{(+q)}{(x-a)^2}\hat{i} + k\frac{(-q)}{(x+a)^2}\hat{i} = kq\left(\frac{1}{(x-a)^2} - \frac{1}{(x+a)^2}\right)\hat{i} = kq\left(\frac{(x+a)^2-(x-a)^2}{(x+a)^2(x-a)^2}\right)\hat{i}$$

$$E = \boxed{kq\frac{4ax}{\left(x^2-a^2\right)^2}\hat{i}}$$

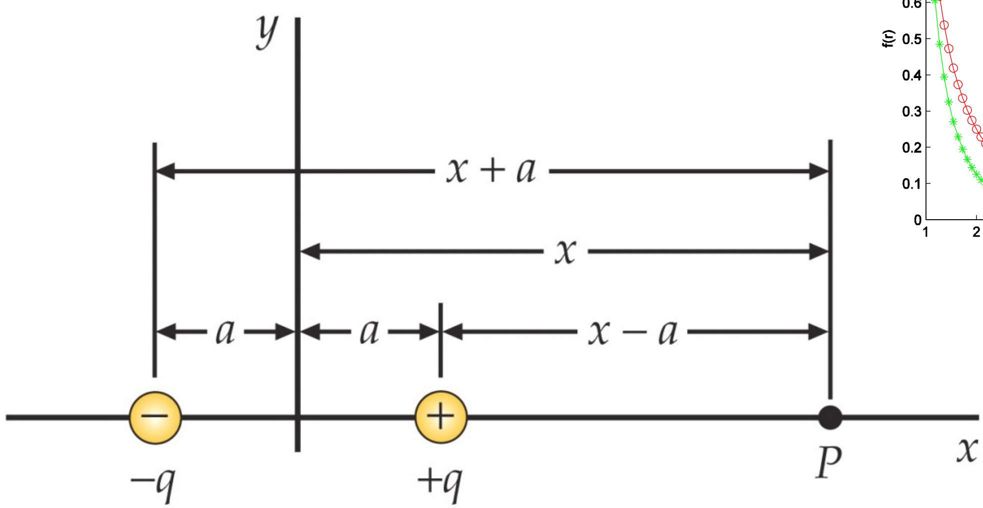
2. En el límite para $x >> a$, podemos despreciar a^2 comparado con x^2 en el denominador

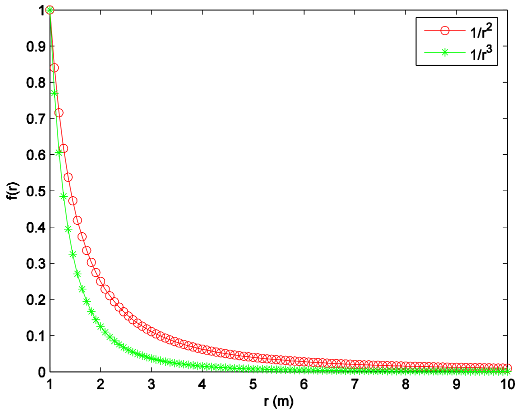
$$E = kq\frac{4ax}{\left(x^2-a^2\right)^2}\hat{i} \approx kq\frac{4ax}{x^4}\hat{i} = \boxed{\frac{4kqa}{x^3}\hat{i}}$$

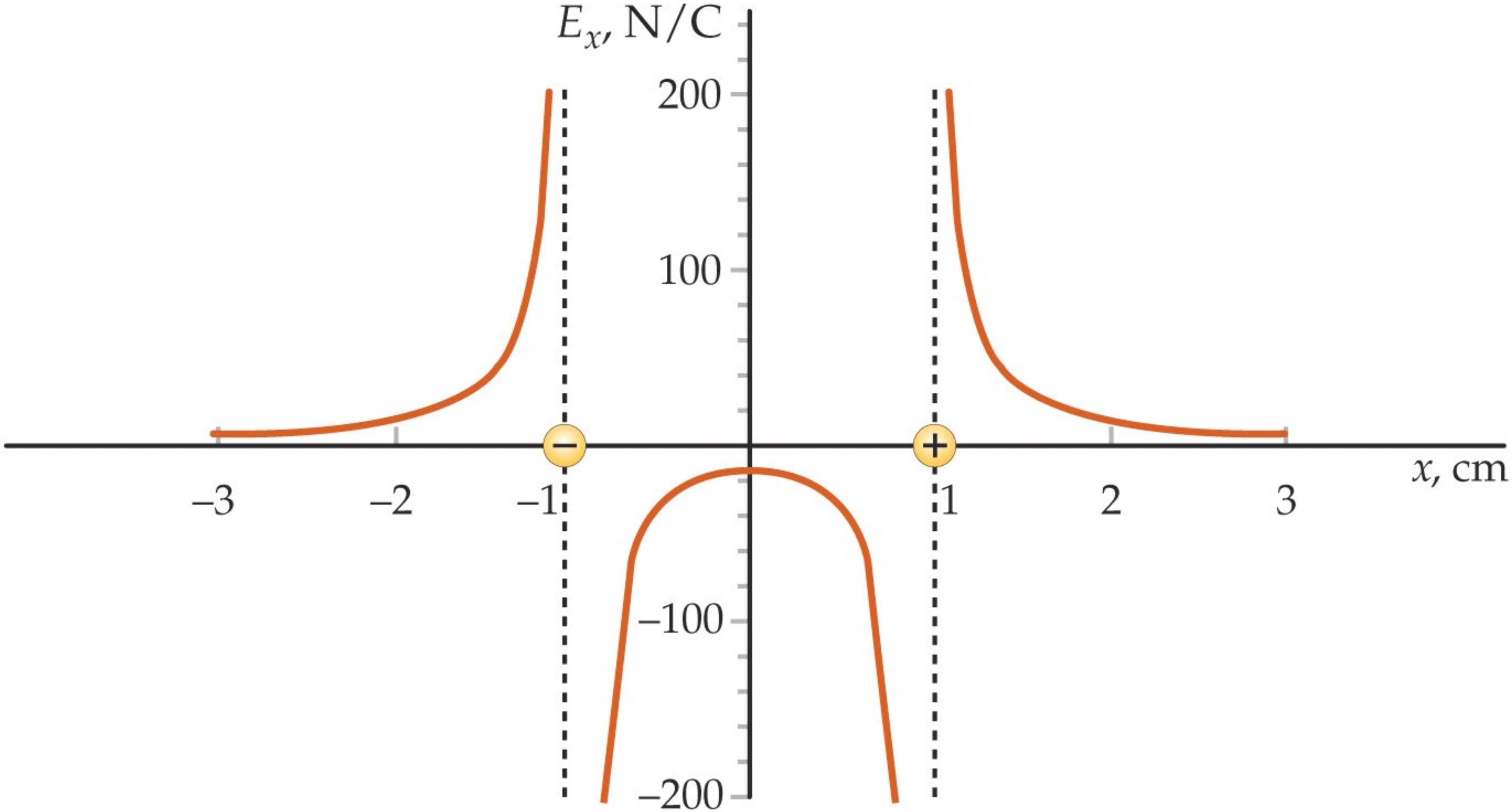
2. Entre las cargas, la contribución de cada una de ellas se verifica en la dirección negativa.

Una expresión válida para todo valor de x es :

$$E = \boxed{\frac{kq}{(x-a)^2}\left[\frac{(x-a)\hat{i}}{|x-a|}\right] + \frac{k(-q)}{(x+a)^2}\left[\frac{(x+a)\hat{i}}{|x+a|}\right]}$$

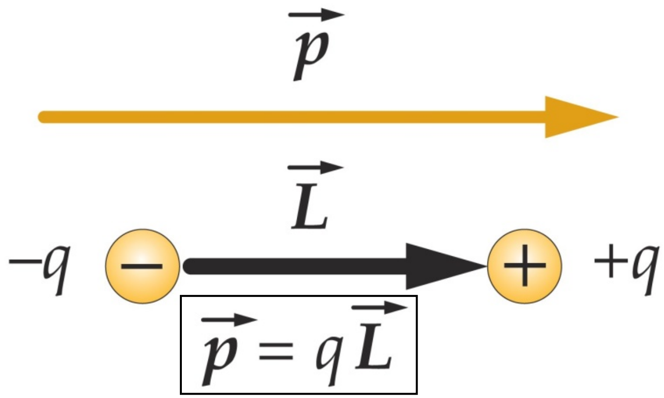






Entre las cargas, la contribución de cada una de ellas se verifica en la dirección negativa

Dipolos eléctricos

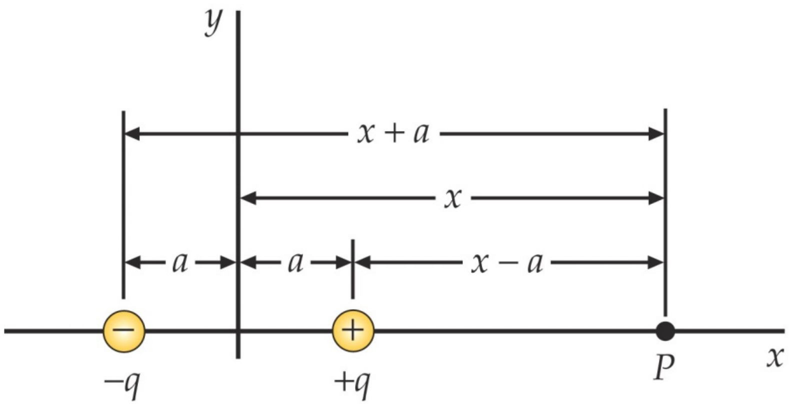


Un **dipolo eléctrico** consiste en dos cargas iguales y opuestas separadas por una pequeña distancia *L*.

Su <u>intensidad</u> y su <u>orientación</u> se describen mediante el **momento dipolar eléctrico p**, o vector que apunta de la carga negativa a la positiva y cuyo módulo es el producto *qL:*

$$\boxed{\mathbf{p} = q\mathbf{L}}$$

DEFINICIÓN-MOMENTO DIPOLAR ELÉCTRICO



donde **L** es un vector cuyo origen está en la carga negativa y su extremo en la carga positiva. Para la configuración de la figura, **L**=2*a***i** y el momento dipolar eléctrico es

$$\mathbf{p} = 2aq\mathbf{i}$$

En función del momento dipolar, el campo **E** sobre el eje del dipolo en un punto a <u>gran distancia</u> (***x>>a***) posee dirección y sentido del momento dipolar y su magnitud es (véase el ejemplo 21.8)

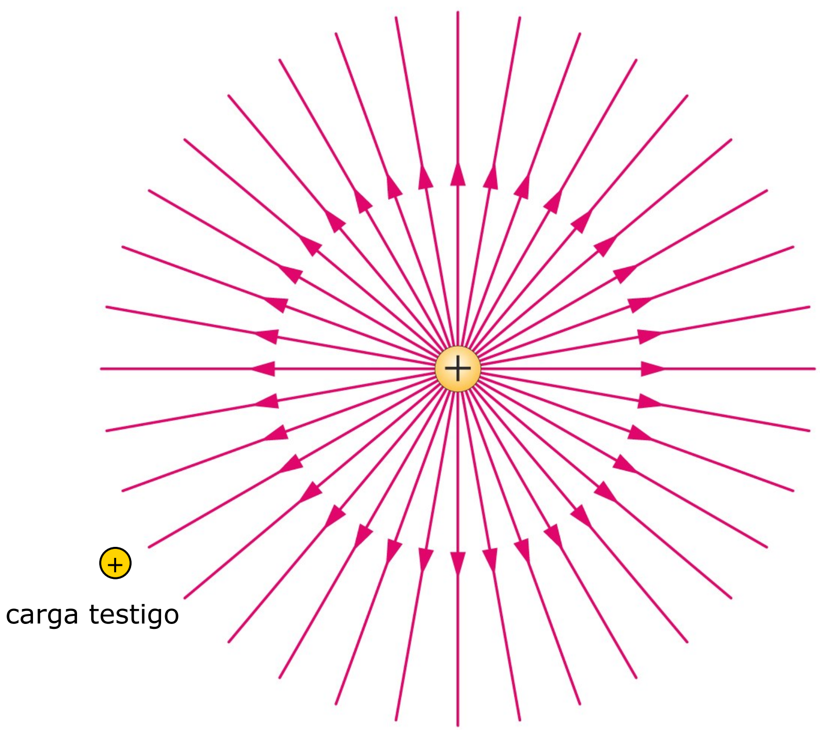
$$\mathbf{E} = \frac{4kqa}{\left|x^3\right|}\mathbf{i} \rightarrow \boxed{\mathbf{E} = \frac{2k\mathbf{p}}{\left|x^3\right|}}$$

Cuando un sistema <u>tiene carga neta</u>, **E** disminuye según **$1/r^2$**. En un sistema con <u>carga neta nula</u>, **E** disminuye con mayor rapidez (**$1/r^3$** en el caso del **dipolo eléctrico**).

21-5
Líneas de campo eléctrico

Líneas de fuerza de una sola carga puntual positiva

El campo eléctrico puede representarse dibujando líneas que indiquen su dirección. En cualquier punto, el vector campo **E** es tangente a las líneas de campo eléctrico, que se llaman también **líneas de fuerzas** porque *muestran la dirección de la fuerza ejercida sobre una carga testigo positiva*.



El espaciado de las líneas está relacionado con la intensidad del campo eléctrico.

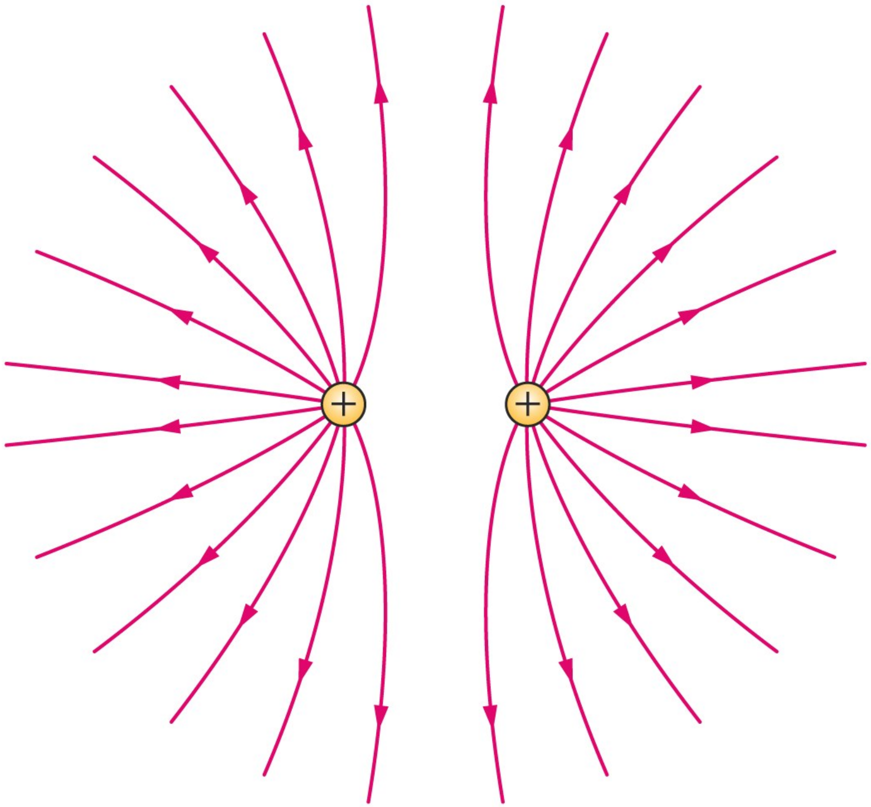
La densidad de las líneas de campo decrece según $1/r^2$, es decir, del mismo modo que decrece **E**.

$$\rho_{lineas} = \frac{n_{lineas}}{4\pi r^2}$$

Área superficie esférica

$$E = \frac{kq_i}{r_{i,o}^2}$$

Líneas de fuerza para dos cargas puntuales positivas



Cerca de una de las cargas, el campo **E** se debe a esta carga sola, la otra está tan alejada que podemos despreciar su contribución al campo. Las líneas son radiales e igualmente espaciadas.

A distancia muy grande los detalles del sistema carecen de importancia y el sistema se comporta como una carga de magnitud $2q$.

Entre las cargas el campo **E** es más débil, ya que el numero de líneas es pequeño (ejemplo 21.6).

Reglas para dibujar las líneas de campo eléctrico

1. Las líneas de campo **E** comienzan en las cargas positiva (o en el ∞) y terminan en las negativas (o en el ∞).

2. Las líneas se dibujan uniformemente espaciados y saliendo o entrando en la carga.

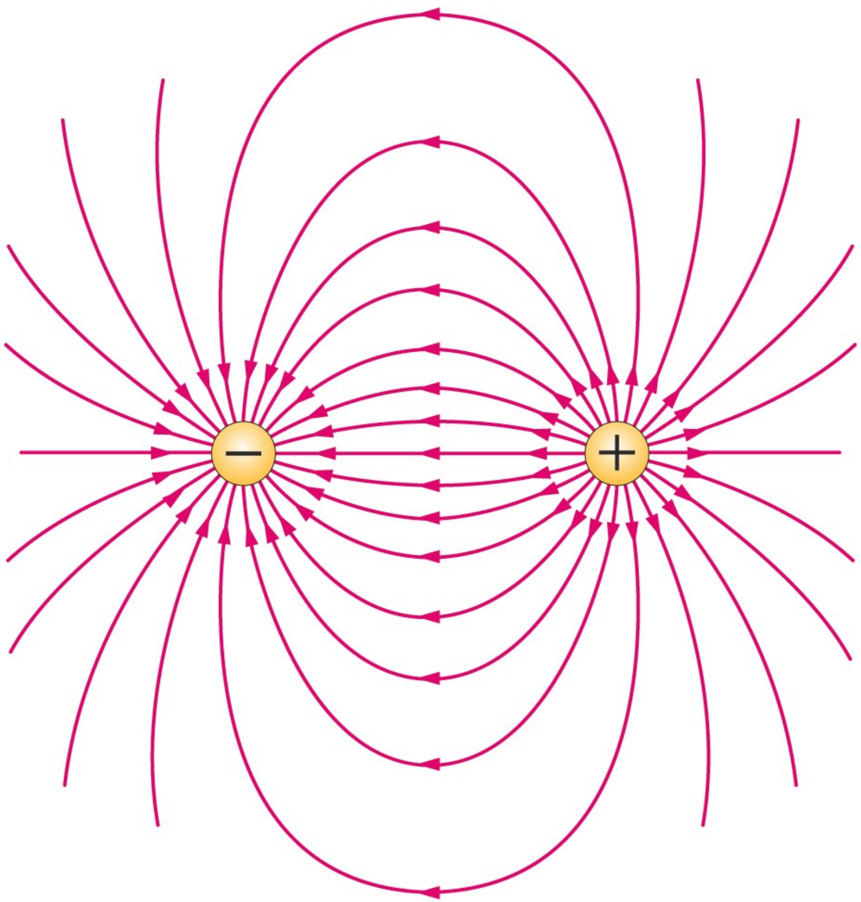
3. El numero de líneas que abandonan una carga positiva o entran en una carga negativa es proporcional al módulo de la carga.

4. La densidad de líneas en un punto es proporcional al módulo del campo eléctrico en dicho punto.

5. A grandes distancias de un sistema de cargas, las líneas de campo están igualmente espaciada y son radiales, come si procediesen de una sola carga puntual igual a la carga neta del sistema.

6. No pueden cortarse nunca dos líneas de campo. (Si dos líneas se cruzan, esto indicaría dos direcciones para **E** en el punto de intersección, lo cual es imposible.)

Líneas de campo eléctrico en un dipolo eléctrico



Cerca de la carga (+), las líneas son radiales y dirigidas hacia fuera.

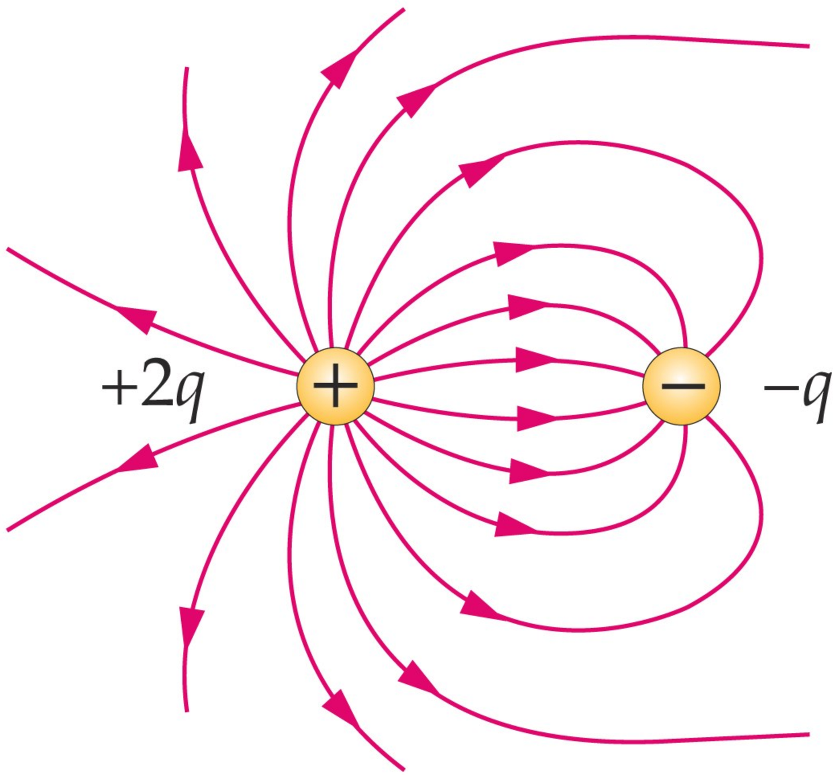
Cerca de la carga (-), las líneas son radiales y dirigidas hacia dentro.

El numero de líneas que empiezan en la carga positiva es igual al número de las que terminan en la carga negativa ($q_+=q_-$).

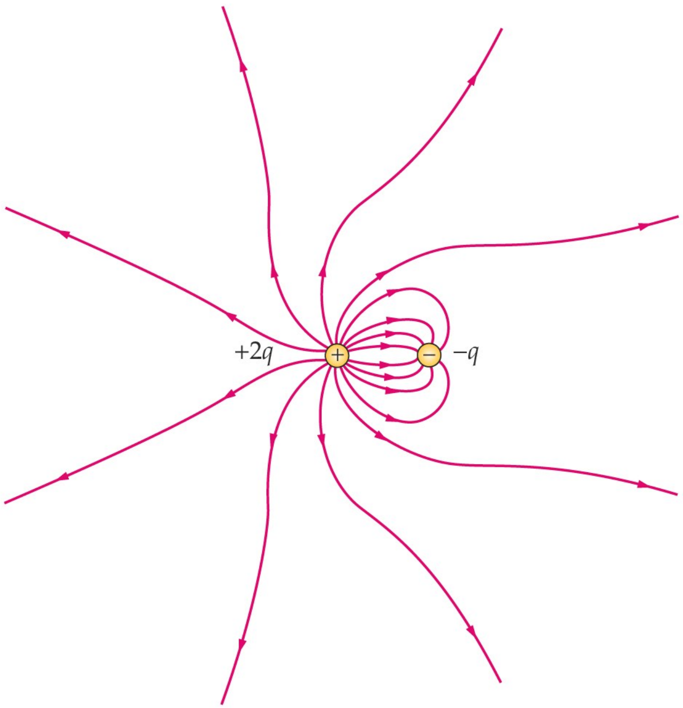
Entre las cargas el campo **E** es más intenso, como indica el hecho que la densidad de líneas es muy elevado.

Líneas de campo eléctrico para dos cargas +2*q* y -*q*

De la carga positiva salen el doble de líneas (**16**^{out}) de las que entran en la negativa (**8**^{in}).



Muy lejos de las cargas, las líneas que abandonan el sistema están aproximadamente espaciada simétricamente y apuntan radialmente hacia fuera, como si se tratara de una sola carga puntual positiva +*q*.

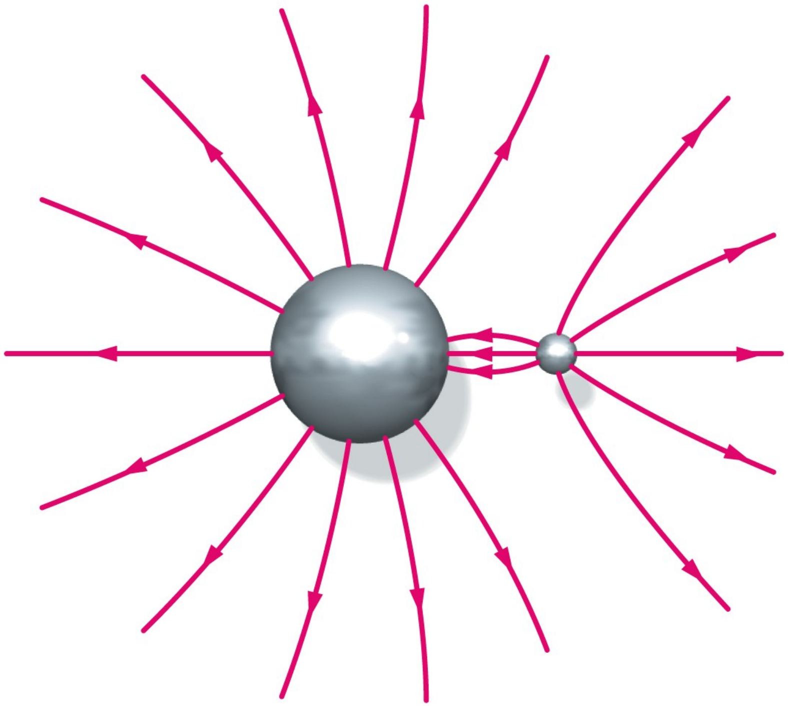


Líneas de campo eléctrico para dos esferas conductoras

EJEMPLO 21.6

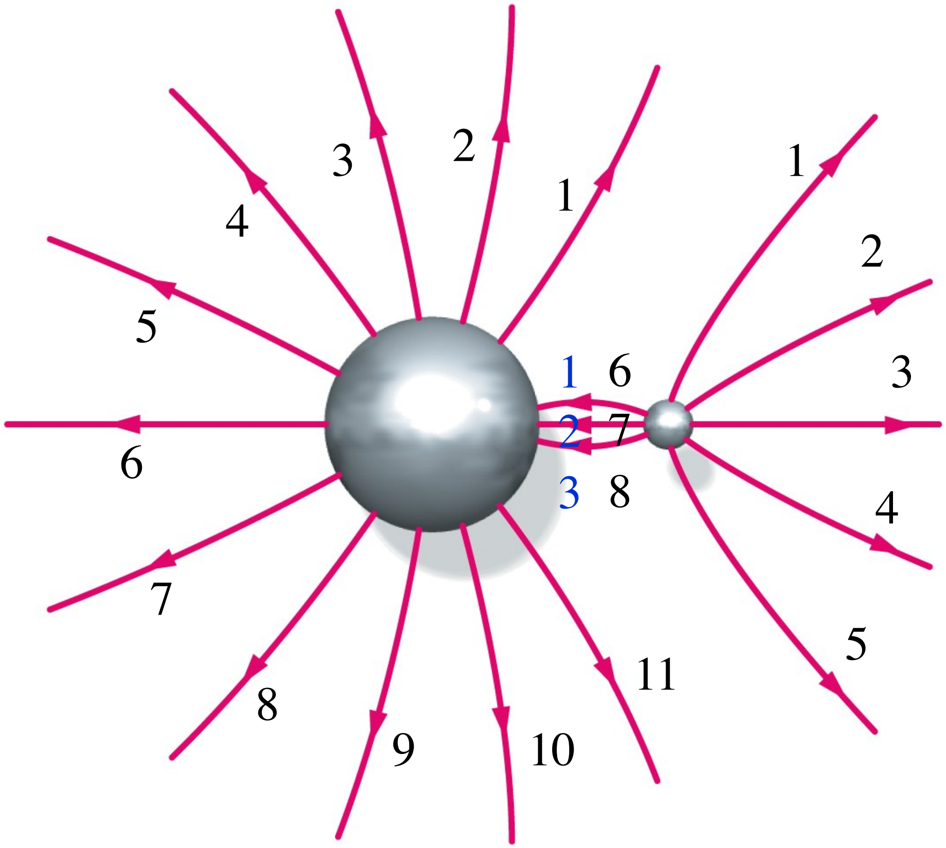
En la figura se muestran las líneas de campo correspondiente a dos esferas conductoras. ¿Cuál es el signo y el valor relativo de las cargas sobre las dos esferas?

Planteamiento del problema: la carga sobre una esfera es (+) si salen más líneas que entran y (−) si entran más líneas que salen. La relación de los módulos de las cargas es igual a la relación del número neto de de líneas que entran o salen.



Signo: Como 11 líneas de campo eléctrico salen de la esfera grande y 3 entran, el número neto de líneas que salen es 8, de modo que la carga sobre la esfera grande es positiva. En la esfera pequeña, 8 líneas salen y ninguna entra; por lo tanto su carga también es positiva.

Valor relativo de las cargas: Como el número neto de líneas que abandonan cada esfera es 8, ambas esferas tienen cargas iguales.



La carga de la esfera pequeña crea un campo intenso en la superficie próxima de la esfera grande que produce una acumulación de carga negativa.

21-6
Movimiento de cargas puntuales en campos eléctricos

Cuando una partícula con carga *q* se coloca en un campo eléctrico **E**, ésta experimenta la acción de una fuerza **F**=*q***E** y adquiere una aceleración Newtoniana de tipo:

$$a = \frac{\sum \vec{F}}{m} = \boxed{\frac{q}{m}} \vec{E}$$

Si se conoce **E**, la **relación carga-masa** de la partícula puede determinarse midiendo su aceleración (**J.J. Thomson**, 1987).

Ejemplos de aparatos basados en el movimiento de los electrones en campos eléctricos: *osciloscopio*, el *monitor del ordenador*, y el *tubo de imágenes de un televisor*.

Tubo de rayos catódicos: televisión de color

Los haces de electrones activan las sustancias **fosforescentes** sobre la pantalla. La pantalla entera es barrida cada **1/30 s**.

Cañón electrónico

Los campos eléctricos establecidos entre las placas deflectoras del cañón desvían los haces.

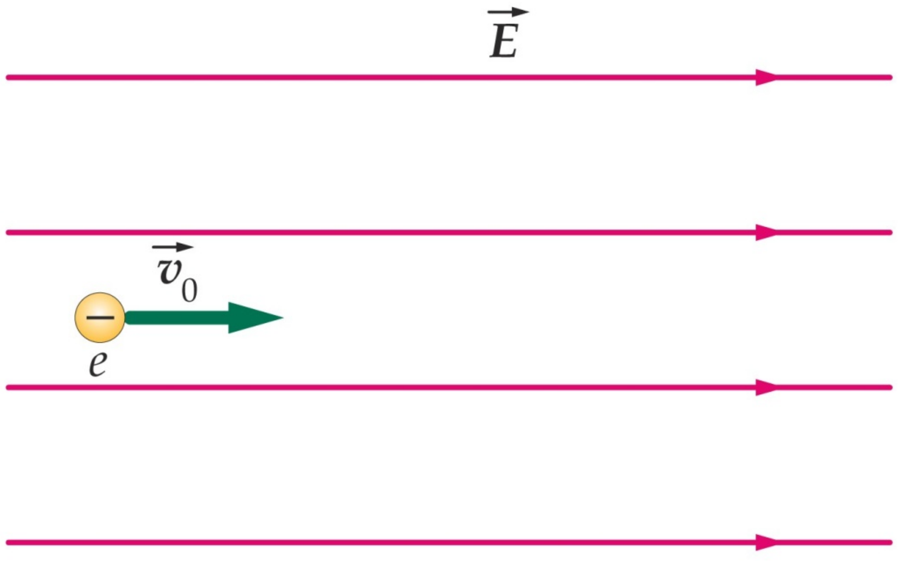
Electrón moviéndose en un campo eléctrico uniforme

EJEMPLO 21.10

Un electrón se proyecta en un campo eléctrico uniforme E=(1000 N/C)i con una velocidad inicial v_0=(2×10^6 m/s)i en la dirección del campo. ¿Qué distancia recorrerá el electrón antes de que momentáneamente quede en reposo?

(e=1.6x10^{-19} C; m_e=9.11x10^{-31} kg)

Planteamiento del problema: como la carga del electrón es negativa, la fuerza −e**E** que actúa sobre él posee sentido negativo. Como **E** es constante, la fuerza también lo es, y por lo tanto podemos utilizar las fórmulas del movimiento con aceleración constante.



1. El desplazamiento Δx está relacionado con las velocidades inicial y final

$$v^2 = v_0^2 + 2a\,\Delta x \quad \text{(Eq. 2.17, cap 2)}$$

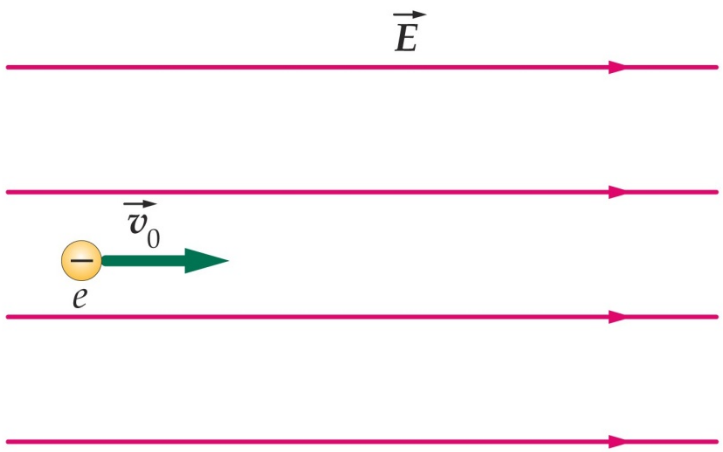
2. La aceleración se obtiene de la segunda ley de Newton :

$$a = \frac{F_x}{m} = \frac{-eE}{m}$$

3. Cuando $v_x = 0$, el desplazamiento es :

$$\Delta x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a} = \frac{0 - v_{0x}^2}{2(-eE/m)} = \frac{mv_0^2}{2eE} = \frac{(9.11\times10^{-31}\ Kg)(2\times10^6\ m/s)^2}{2(1.6\times10^{-19}\ C)(100\ N/C)}$$

$$\Delta x = 1.14\times10^{-2}\ m = \boxed{1.14\ cm}$$

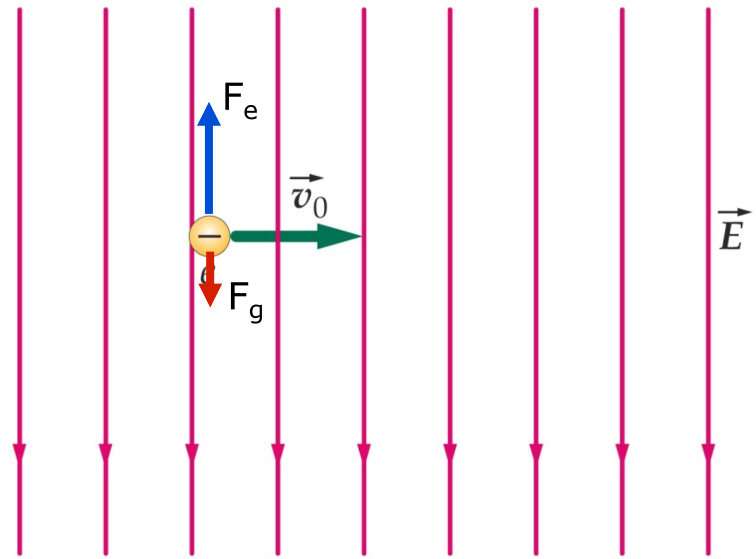


Electrón moviéndose perpendicularmente a un campo eléctrico uniforme

EJEMPLO 21.11

Un electrón se proyecta en el interior de un campo eléctrico uniforme $E=(-2000\ N/C)j$ con una velocidad inicial $v_0=(10^6\ m/s)i$ perpendicular al campo. (a) Comparar la fuerza gravitatoria que existe sobre el electrón con la fuerza eléctrica ejercida sobre él. (b) ¿Cuánto se habrá desviado el electrón si ha recorrido 1 cm en la dirección x? (e=1.6×10^{-19} C; $m_e=9.11 \times 10^{-31}$ kg; g=9.81 m/s^2)

Planteamiento del problema: como la fuerza gravitatoria mg es despreciable, la fuerza sobre el electrón es $-q\mathbf{E}$ verticalmente hacia arriba. El electron se mueve, por lo tanto, con velocidad horizontal constante y se desvía hacia arriba.



(a) Calcular la relación F_e vs. F_g :

$$\frac{F_e}{F_g}=\frac{eE}{mg}=\frac{(1.6\times10^{-19}\ C)(2000\ N/C)}{(9.11\times10^{-31}\ Kg)(9.81\ \mathrm{N}/Kg)}=3.6\times10^{13}$$

(b) Expresar la desviación vertical con las fórmulas de la cinemática con aceleración constante y velocidad inicial cero :

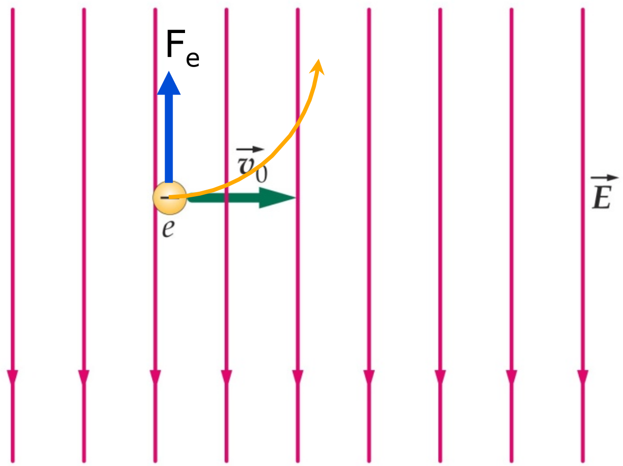
$$\Delta y=v_{0y}t+\frac{1}{2}at^2=0+\frac{1}{2}at^2 \quad (\text{Eq. } 2.16\text{, cap. } 2)$$

2. El tiempo necesario para que el electrón se desplace a una distancia x con velocidad horizontal constante es :

$$t=\frac{x}{v_0}$$

3. Utilizar este resultado para calcular Δy :

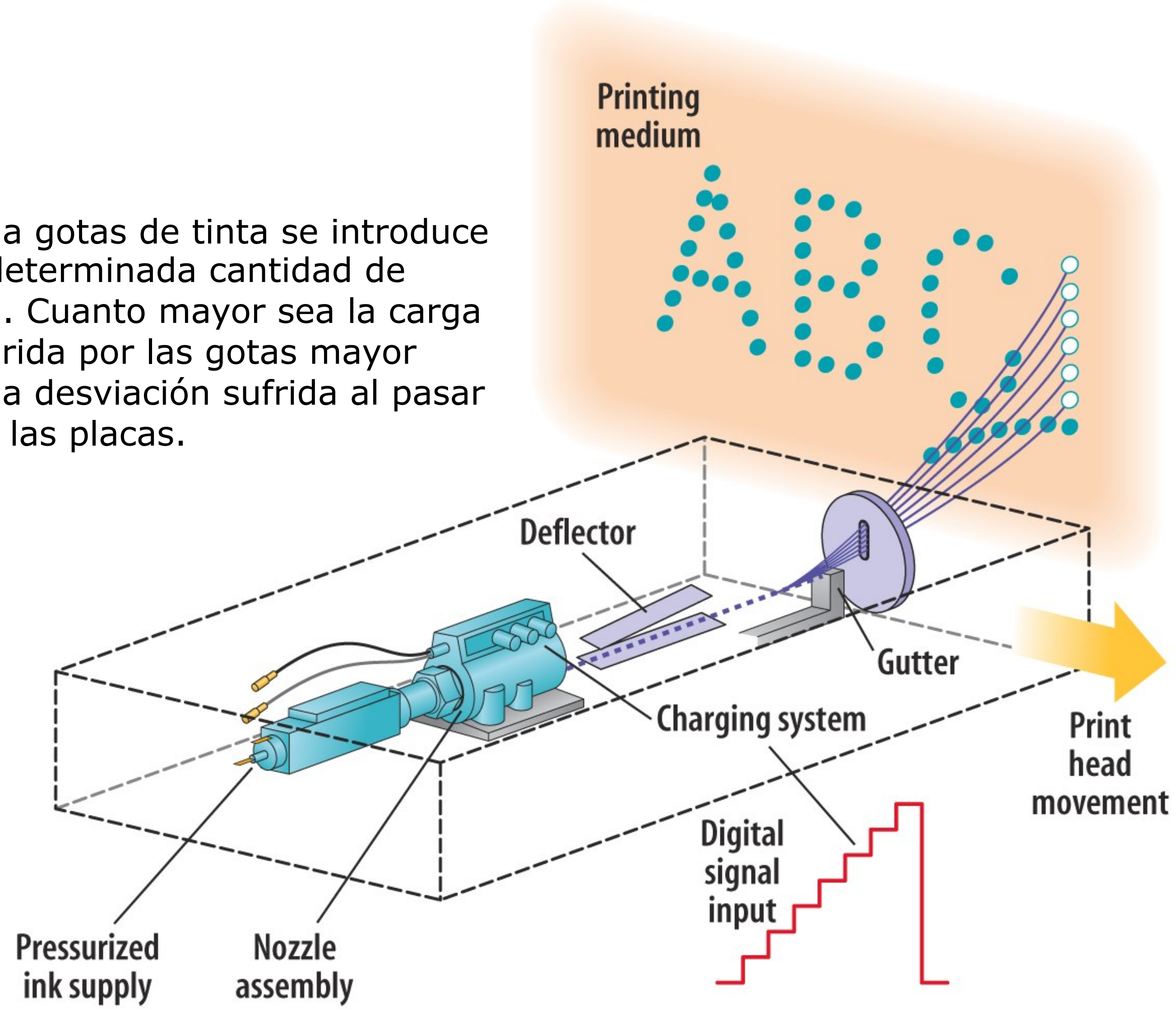
$$\Delta y=\frac{1}{2}\frac{eE}{m}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2=\frac{1}{2}\frac{(1.6\times10^{-19}\ C)(2000\ N/C)}{9.11\times10^{-31}\ Kg}\left(\frac{0.01\ m}{10^6\ m/s}\right)^2=\boxed{1.76\ cm}$$



Observaciones: (*a*) Como es usual la fuerza eléctrica es enorme comparada con la fuerza gravitatoria. Así, no es necesario considerar la gravedad al diseñar, por ejemplo, un tubo de rayos catódicos. Un tubo de imágenes de televisión funciona igualmente bien en su posición normal invertido, como si la gravedad no existiera. (*b*) La trayectoria de un electrón que se mueve en un campo eléctrico uniforme es una **parábola**, análogamente a la trayectoria de una masa que se mueve en un campo gravitatorio uniforme.

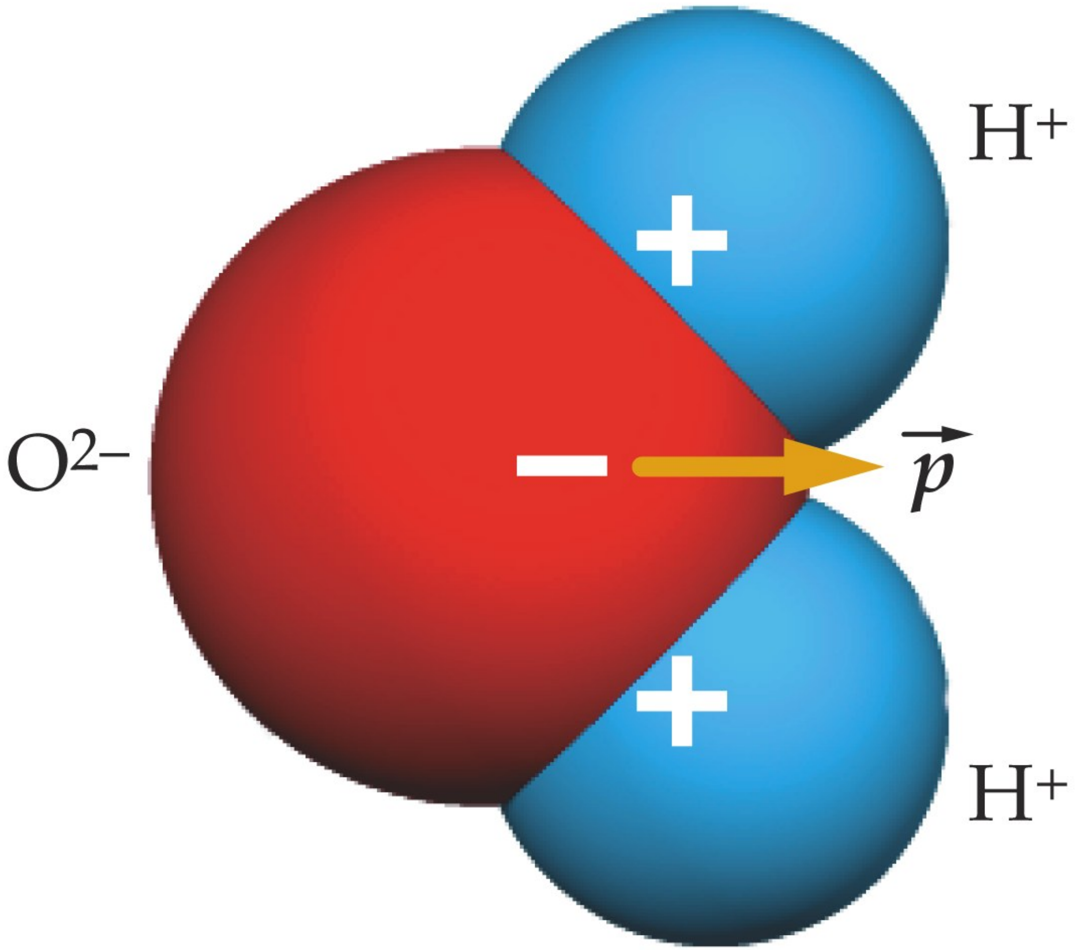
Impresora a inyección de tinta

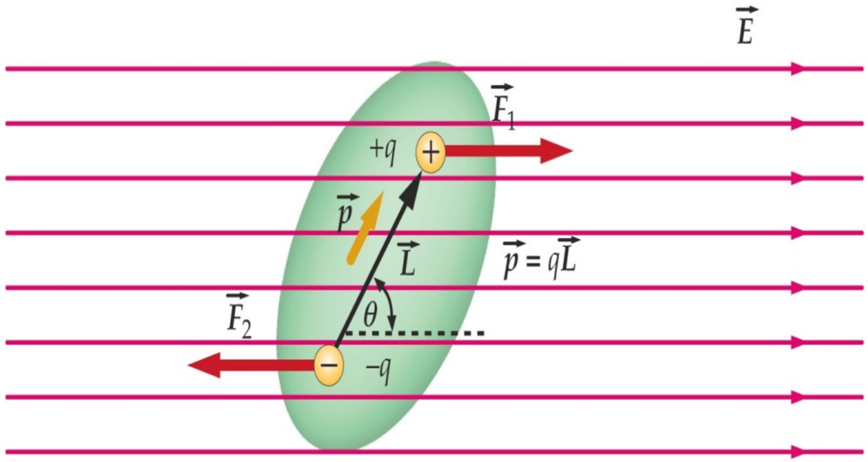
A cada gotas de tinta se introduce una determinada cantidad de carga. Cuanto mayor sea la carga adquirida por las gotas mayor será la desviación sufrida al pasar entre las placas.



21-7
Dipolos eléctricos en campos eléctricos

Una molécula de H_2O (**molécula polar**) posee un momento dipolar eléctrico permanente, ya que no coincide el centro de la carga positiva y negativa.





Un dipolo en un campo eléctrico uniforme experimenta fuerzas iguales y opuestas (**sistema de par**) que tienden a girar el dipolo, de modo que su momento dipolar tiende a alinearse con el campo eléctrico.

El módulo del momento de las fuerzas ejercidas sobre las cargas es

$$\tau = FD = F_1 L\, sen\theta = qEL\, sen\theta = pE\, sen\theta$$

$$\tau = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$$

en donde *D* es la distancia entre sus líneas de acción.

El momento producido por dos fuerzas iguales y opuestas está dirigido ⊗ al papel, hacia dentro, de tal modo que tiende a situar **p** en la dirección de **E** (*regla de la mano derecha*).

Cuando el dipolo gira de un ángulo $d\theta$, **el campo eléctrico realiza un trabajo** (el signo – es debido a que el momento tiende a disminuir θ)

$$dW = -\tau\, d\theta = -pE\, sen\theta\, d\theta$$

Igualando este trabajo con la disminución de energía potencial, resulta

$$dU = -dW = +pE\, sen\theta\, d\theta$$

e integrando,

$$U = -pE\cos\theta + U_o$$

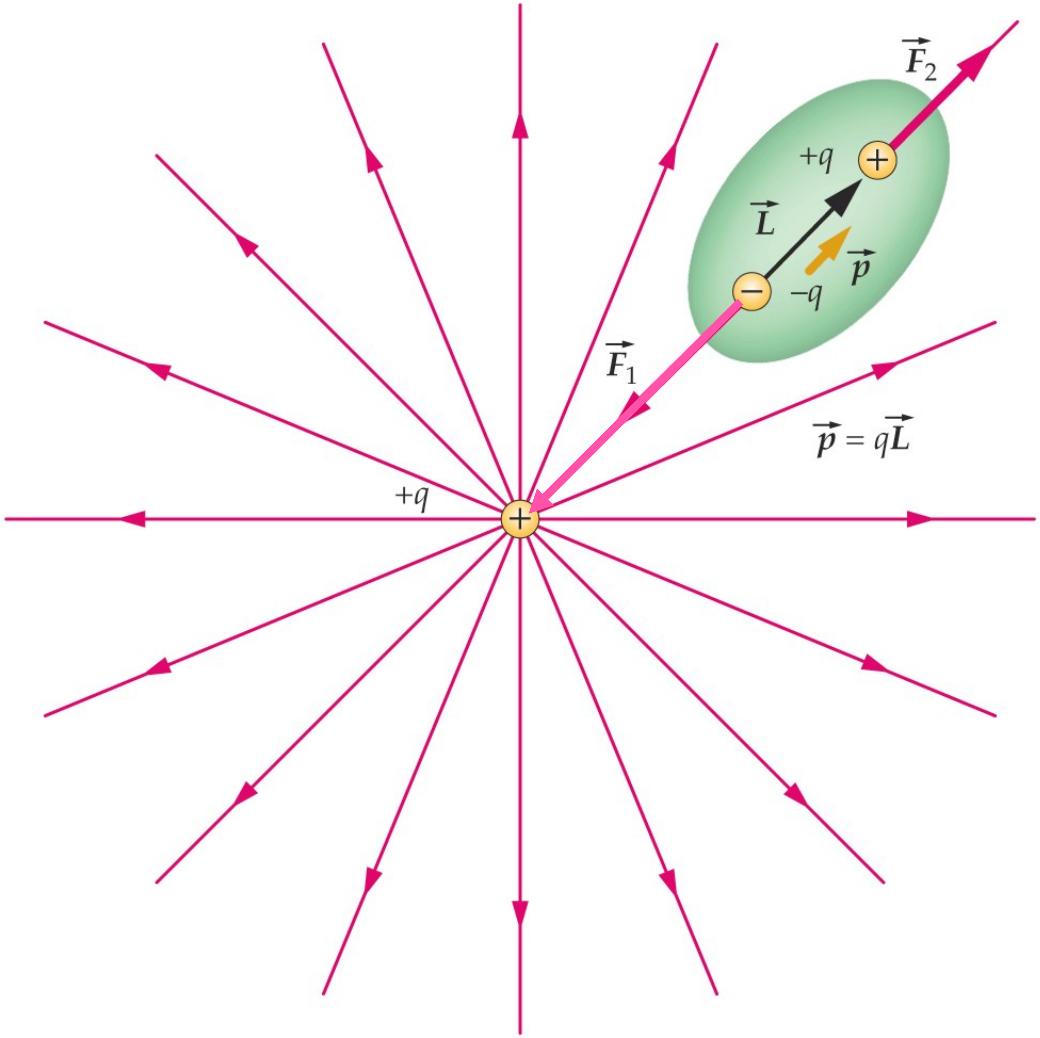
Si tomamos como cero de energía potencial la que corresponde a θ =90°, entonces la energía potencial del dipolo es

$$\boxed{U = -pE\cos\theta = -\mathbf{p}\cdot\mathbf{E}}$$

ENERGÍA POTENCIAL DE UN DIPOLO EN UN CAMPO ELÉCTRICO

Los **hornos de microondas** están basados en el momento dipolar eléctrico del agua para cocer alimentos. Como todas las ondas electromagnéticas, las microondas poseen campos eléctricos oscilantes que ejercen momentos sobre los dipolos eléctricos, provocando que las moléculas de agua giren con una energía cinética rotacional considerable.

Las **moléculas no polares** carecen de momentos dipolares permanentes, pero adquieren **momentos dipolares inducidos** en presencia de un campo eléctrico.



En presencia de un campo eléctrico externo **E**, las cargas se separan espacialmente. Las cargas positivas se mueven en la dirección de **E** y las negativas en la dirección opuesta. La molécula adquiere de este modo un momento dipolar inducido paralelo al campo eléctrico externo y se dice que está **polarizada**.

En un campo eléctrico no uniforme, un dipolo eléctrico experimenta una fuerza neta, ya que el campo eléctrico tiene módulo distintos en los centros de la carga positiva y negativa.

Momento de una fuerza debida al campo eléctrico y energía potencial

EJEMPLO 21.13

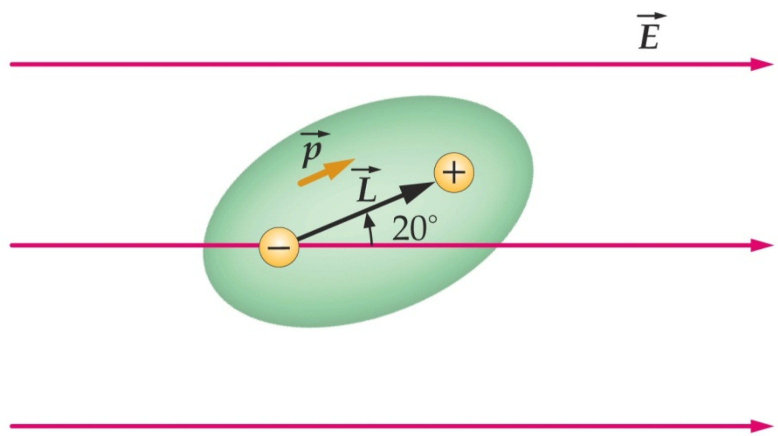
Un dipolo con un momento de módulo 0.02 *e·nm* forma un ángulo de 20° con un campo eléctrico uniforme de módulo 3×10^3 N/C. Determinar (a) el módulo del momento que actúa sobre el dipolo y (b) la energía potencial del sistema.

1. Calcular el módulo del momento

$$\tau = |\mathbf{p}\times\mathbf{E}| = pE\,sen\theta = (0.02\,e\cdot m)(3\times10^3\ N/C)(sen\,20^\circ)$$
$$= (0.02)(1.6\times10^{-19}\ C)(10^{-9}\ m)(3\times10^3\ N/C)(sen\,20^\circ)$$
$$= \boxed{3.28\times10^{-27}\ N\cdot m}$$

2. Calcular la energía potencial

$$U = -\mathbf{p}\cdot\mathbf{E} = -pE\cos\theta$$
$$= -(0.02)(1.6\times10^{-19}\ C)(10^{-9}\ m)(3\times10^3\ N/C)(\cos 20^\circ)$$
$$= \boxed{9.02\times10^{-27}\ J}$$



El julio (Joule) es la unidad internacional de energía y trabajo: $1\,J = 1\,N\cdot m = \left(\frac{kg\cdot m}{s^2}\right)\cdot m = \frac{kg\cdot m^2}{s^2}$

PROBLEMA 51

Un electrón tiene velocidad inicial de $2x10^6$ m/s en la dirección del eje de las *x*. Entra en el interior de un campo eléctrico uniforme **E**=(400 N/C)**j** que tiene la dirección *y*. (a) Hallar la aceleración del electrón. (*b*) ¿Cuánto tiempo tardará el electrón en recorrer 10 cm en la dirección *x*? (*c*) ¿Cuál será el valor y la dirección de la desviación del electrón después de haber recorrido 10 cm en la dirección *x*?